Teil 1 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

	BE
Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f mit $$f(x) = 4x^3 + 12x^2 + 12x$$ und g mit $$g(x) = 28.$$	
a Zeigen Sie, dass der Graph von f durch den Koordinatenursprung verläuft. Zeigen Sie, dass sich f und g an der Stelle 1 schneiden.	2
b Die Graphen von f und g schneiden sich nur an der Stelle 1 und schließen mit der y-Achse eine Fläche ein. Bestimmen Sie den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.	3
	5

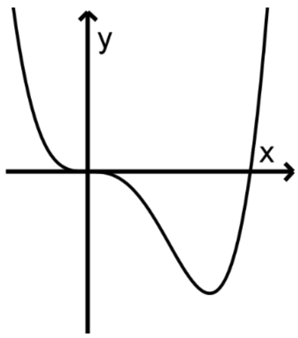
SNR:

Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

	BE
Die Abbildung zeigt den Graphen der in IR definierten Funktion f mit $f(x) = x^4 - 4x^3$.	
a Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_0^1 f(x)\,dx$.	2
b Beurteilen Sie, ob die folgende Aussage richtig ist: *Für die Abbildung wurde eine Längeneinheit auf der x-Achse ebenso groß gewählt wie auf der y-Achse.*	3
	5



Pflichtaufgabe: Teil 1 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis

BE

Es gibt reelle Zahlen a, b und c, so dass für die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ und ihre Ableitungsfunktion f' gilt: 5

- Die Tangente an den Graphen von f an der Stelle 0 schneidet die y-Achse bei 2 und bildet mit den Koordinatenachsen im ersten Quadranten ein gleichschenkliges Dreieck.
- f' hat die Nullstelle 2.

Bestimmen Sie die zugehörigen Werte von a, b und c.

5

Teil 1 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Stochastik

	BE
In einer Urne befinden sich 2 grüne und 3 weiße Kugeln. Es wird dreimal hintereinander jeweils eine Kugel gezogen.	
a Die gezogene Kugel wird nach jedem Zug wieder zurückgelegt. Geben Sie das Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit folgendem Term berechnet wird: $1-\left(\frac{2}{5}\right)^3$	1
b Im Folgenden werden zwei Varianten betrachtet: Variante 1: Die gezogene Kugel wird nur nach dem ersten Zug zurückgelegt. Variante 2: Die gezogene Kugel wird nur nach dem zweiten Zug zurückgelegt. Untersuchen Sie, bei welcher Variante die Wahrscheinlichkeit, drei grüne Kugeln zu ziehen, größer ist.	4
	5

SNR: Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Stochastik

	BE
Bei einem Spiel werden ein Würfel und eine Münze jeweils einmal geworfen. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert, die Münze zeigt auf der einen Seite eine Zahl, auf der anderen ein Wappen. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse: A: „Mit dem Würfel wird eine gerade Zahl erzielt, mit der Münze das Wappen.“ B: „Mit dem Würfel wird eine Zahl erzielt, die größer als 3 ist.“	
a Geben Sie die Ergebnisse an, die zum Ereignis $A \cap B$ gehören.	1
b Jeder Spieler bezahlt zunächst einen festgelegten Einsatz und wirft anschließend Würfel und Münze jeweils einmal. Wenn das Ereignis A oder das Ereignis B eintritt, werden dem Spieler 6 Euro ausgezahlt. Bei wiederholter Durchführung des Spiels ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht die Einsätze der Spieler und die Auszahlungen ausgleichen. Ermitteln Sie die Höhe des Einsatzes.	4
	5

Teil 1 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

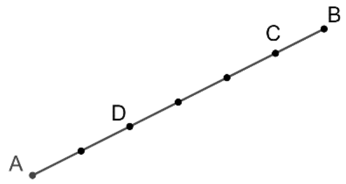
	BE
Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$ sowie die Gerade h durch die Punkte $A(4\,|\,0\,|\,0)$ und $B(5\,|\,1\,|\,b)$ mit einer reellen Zahl b.	
a Begründen Sie, dass A nicht auf g liegt.	1
b Die Geraden g und h haben einen gemeinsamen Punkt. Ermitteln Sie den Wert von b.	4
	5

Teil 1 – Aufgabe 7 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

BE

Gegeben sind die Punkte $A(1\,|\,0\,|\,0)$ und $B(2\,|\,2\,|\,2)$.

Die Strecke $\overline{AB}$ ist in sechs gleichlange Teilstrecken geteilt. Die Punkte C und D sind zwei der Punkte, die diese Teilstrecken begrenzen. Ihre Lage ist in der Abbildung dargestellt.



a Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AC}$. 2

b Die Gerade g enthält D und den Punkt $P(0\,|\,1\,|\,0)$. 3

Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden g.

5

SNR: Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 8 - zum Themenbereich Lineare Algebra

BE

Gegeben ist die Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a Es gilt $M^2 = a \cdot M$ mit einem $a \in \mathbb{R}$. 2

Berechnen Sie M^2 und geben Sie a an.

b Bestimmen Sie einen vom Nullvektor verschiedenen Vektor $\vec{v}$, sodass für ein $k \in \mathbb{R}$ mit $k > 0$ gilt: $M * \vec{v} = k \cdot \vec{v}$. 3

5

SNR: Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 9 - zum Themenbereich Lineare Algebra

		BE
	Eine Brauerei stellt verschiedene Getränke aus unterschiedlich vielen Rohstoffen her. Rohstoffe und Getränke werden in Mengeneinheiten ME angegeben.	
a	Aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 werden je eine ME von Getränk G_1 und G_2 produziert. Die Matrix M gibt für jeweils ein Getränk den Bedarf an jedem benötigten Rohstoff in ME an: $$M = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}4 \\ 0{,}7 & 0{,}5 \\ 0{,}05 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$ Ermitteln Sie den prozentualen Anteil der ME von Rohstoff R_2 an der Gesamtzahl der ME an Rohstoffen, die für diese Produktion benötigt werden.	3
b	Für zwei andere Getränke werden zunächst Zwischenprodukte hergestellt: Die Matrix L, die zu jedem Zwischenprodukt die erforderlichen ME von Rohstoffen angibt, hat vier Zeilen und drei Spalten. Erläutern Sie, wie viele Zeilen und Spalten die Matrix N hat, die zu jedem Getränk die erforderlichen ME der Zwischenprodukte angibt.	2
		5

Teil 1 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

	Lösungsskizze	Bewertung I	II	III
Aufgabe 1				
a	$f(0)=0$ $f(1)=28=g(1)$	2		
b	$\int_0^1 g(x)-f(x)dx = \left[28x-\left(x^4+4x^3+6x^2\right)\right]_0^1 = 28-11=17$		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

	Lösungsskizze	I	II	III
Aufgabe 2				
a	$\int_0^1 f(x)dx = \left[\frac{1}{5}x^5-x^4\right]_0^1 = -\frac{4}{5}$	2		
b	Die Aussage ist falsch. Begründung: f hat die Nullstellen 0 und 4. Der Punkt des Graphen mit der x-Koordinate 3 hat die y-Koordinate -27, liegt aber nicht neunmal so weit von der x-Achse entfernt wie von der y-Achse.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

	Lösungsskizze	I	II	III
Aufgabe 3				
	Da die Tangente an der Stelle 0 die y-Achse bei 2 schneidet, gilt $f(0)=c=2$. Das Dreieck ist gleichschenklig, also hat die Tangente die Steigung -1. Mit $f'(x)=2a\cdot x+b$ folgt $f'(0)=b=-1$. Aus $f'(2)=0$ folgt $4a-1=0$, also $a=\frac{1}{4}$.	1	1	3
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**1**	**1**	**3**

Lösungsskizze		Bewertung I	Bewertung II	Bewertung III
Aufgabe 4				
a	Es wird mindestens eine weiße Kugel gezogen.		1	
b	Variante 1: $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{25}$ Variante 2: $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{40}$ Damit ist die Wahrscheinlichkeit bei Variante 1 größer.	2	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

		I	II	III
Aufgabe 5				
a	$(4;W)$, $(6;W)$	1		
b	$A\cup B=\{(2;W),(4;Z),(4;W),(5;Z),(5;W),(6;Z),(6;W)\}$ Damit beträgt der Einsatz $\frac{7}{12}\cdot 6\,€=3{,}5\,€$.	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

		I	II	III
Aufgabe 6				
a	Alle Punkte von g haben die x_2-Koordinate 3, A hat die x_2-Koordinate 0.	1		
b	$\begin{pmatrix}2\\3\\-7\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\b\end{pmatrix}$ liefert $r=3$, $s=5$ und damit $18=3b\Leftrightarrow b=6$.	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Lösungsskizze		Bewertung I	II	III
Aufgabe 7				
a	$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{1^2+2^2+2^2} = 3$. $\left\|\overrightarrow{AC}\right\| = 3\cdot\frac{5}{6} = 2{,}5$ [LE]	1	1	
b	$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{6}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{4}{3}\\\frac{2}{3}\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ $g: \vec{x} = \overrightarrow{OP} + r\cdot\overrightarrow{PD} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}\frac{4}{3}\\-\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$	1	2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Aufgabe 8				
a	$M^2 = \begin{pmatrix}2&0&2\\0&0&0\\2&0&2\end{pmatrix}$ $a = 2$	2		
b	Mit $\vec{v} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $x,y,z \in \mathbb{R}$, ergibt sich aus $\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = k\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ das Gleichungs-system $\left\|\begin{matrix}x+z=k\cdot x\\0=k\cdot y\\x+z=k\cdot z\end{matrix}\right\|$. Daraus folgt $y = 0$ und $x = z$. Damit ist $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ ein solcher Vektor $\vec{v}$.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

	Lösungsskizze	Bewertung I	Bewertung II	Bewertung III
Aufgabe 9				
a	Aus $\begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}4 \\ 0{,}7 & 0{,}5 \\ 0{,}05 & 0{,}1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}65 \\ 1{,}2 \\ 0{,}15 \end{pmatrix}$ folgt: $\frac{1{,}2}{0{,}65+1{,}2+0{,}15} = \frac{1{,}2}{2} = 60\%$.	2	1	
b	Da L drei Spalten hat, gibt es drei Zwischenprodukte. Somit hat N drei Zeilen. Da zwei Getränke hergestellt werden, hat N zwei Spalten.		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	