Schriftliche Abiturprüfung 2021

Grundkurs Mathematik

Dienstag, 4. Mai 2021, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Prüfungsteilnehmer:innen

– Teil 1: „hilfsmittelfreie“ Aufgaben –

Allgemeine Arbeitshinweise

- Tragen Sie bitte oben rechts auf diesem Blatt und auf den nachfolgenden Aufgabenblättern die Schulnummer, die schulinterne Kursbezeichnung und Ihren Namen ein.
- Schreiben Sie auf alle Entwurfsblätter (Kladde) und die Reinschrift Ihren Namen.
- Versehen Sie Ihre Reinschrift mit Seitenzahlen.

Fachspezifische Arbeitshinweise

- Die Arbeitszeit für diesen Teil beträgt 70 Minuten (60 Minuten plus 10 Minuten Zeitzuschlag als Corona-Kompensation).
- Erlaubte Hilfsmittel: Zeichengerät, Rechtschreiblexikon, Operatorenliste.

Aufgaben

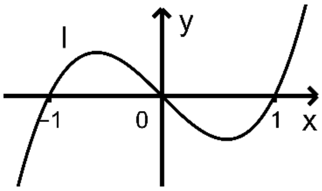
- Sie erhalten fünf Aufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.
- Überprüfen Sie bitte zu Beginn die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben (Anzahl der Blätter, Anlagen, …).
- Vermerken Sie in Ihrer Reinschrift, welche Aufgabe Sie jeweils bearbeiten.

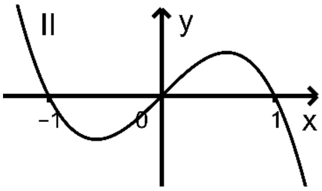
Teil 1 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis

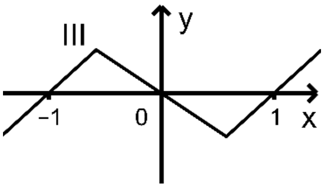
BE

Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = x^3 - x$ mit den Nullstellen -1, 0 und 1.

a Eine der folgenden Abbildungen I, II und III stellt den Graphen von f dar. Geben Sie die beiden Graphen an, die dafür nicht infrage kommen, und begründen Sie Ihre Angaben. 2







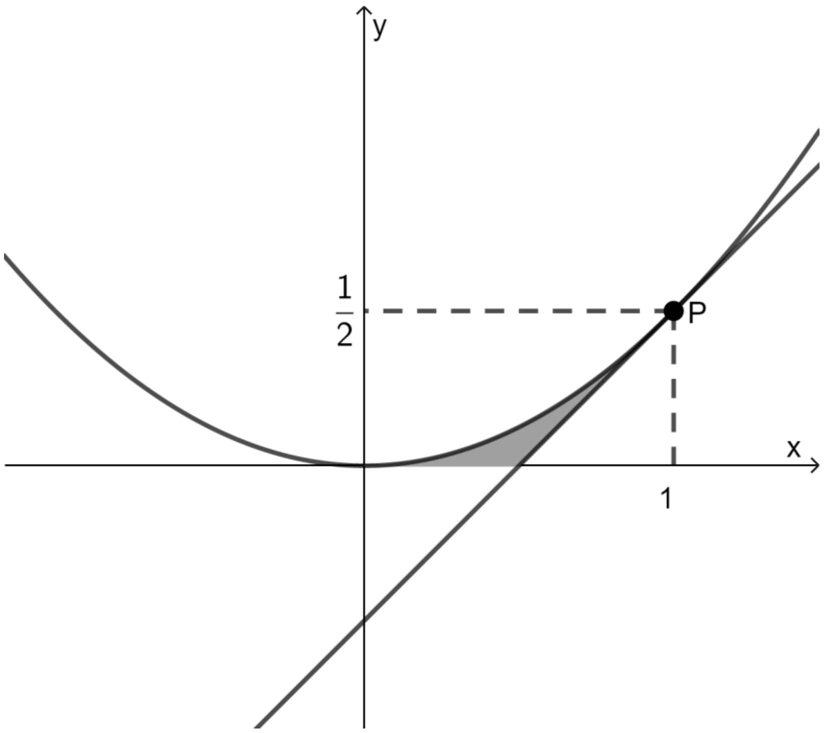
b Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f und die x-Achse einschließen. 3

5

Teil 1 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

BE

Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2$. Der Punkt $P(1|\frac{1}{2})$ liegt auf dem Graphen von f. Die Tangente an den Graphen von f durch den Punkt P hat die Gleichung $t(x)=x-\frac{1}{2}$.



Die Abbildung zeigt den Graphen von f und die Tangente an den Graphen von f durch den Punkt P.

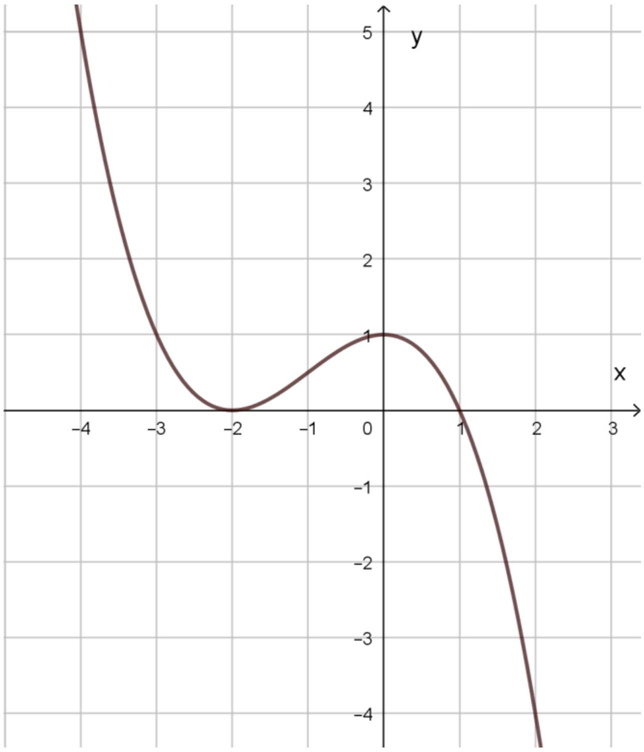
a Berechnen Sie die Nullstelle der Tangente. 1

[*Zur Kontrolle :* $\frac{1}{2}$]

b Die Tangente, der Graph der Funktion f und die x-Achse schließen eine Fläche ein (in der Abbildung grau markiert). Bestimmen Sie die Maßzahl dieser Fläche. 4

5

Pflichtaufgabe: Teil 1 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis



Abbildung

	BE
Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion f dritten Grades. Die Abbildung zeigt den Graphen von f.	
a Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen von f näherungsweise den Wert von $f'(1)$.	2
b Begründen Sie, dass $f''(-2) > f''(-1) > f''(0)$ gilt.	3
	5

Teil 1 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Stochastik

BE

Im Folgenden werden zwei Würfel stets gemeinsam geworfen. Bei jedem der beiden Würfel sind die Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.

a Die beiden Würfel werden einmal geworfen. 3
Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei

- keine „6“ auftritt, $\frac{25}{36}$ beträgt.
- mindestens eine „6“ auftritt, genauso groß ist, wie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine „5“ auftritt.

b Die beiden Würfel werden 36-mal geworfen. Die binomialverteilte Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Würfe an, bei denen keine „6“ auftritt. Begründen Sie für die beiden folgenden Abbildungen, dass keine die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X zeigt. 2

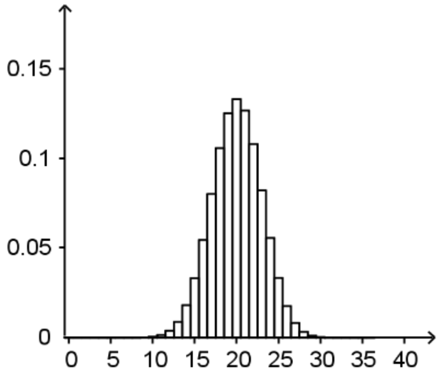


Abb. 1

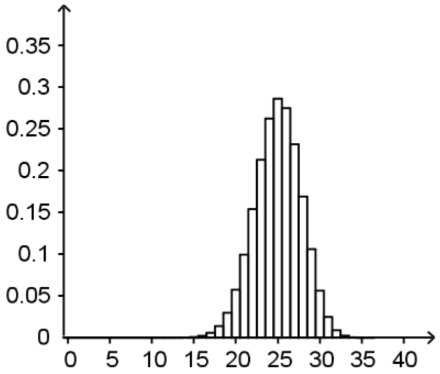


Abb. 2

5

Teil 1 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Stochastik

BE

In einer Firma wird davon ausgegangen, dass $\frac{1}{5}$ aller Krankmeldungen montags erfolgt.

a Berechnen Sie bei drei Krankmeldungen die Wahrscheinlichkeit für folgendes Ereignis und zeigen Sie, dass dieser Wert unter 10% liegt: 3

A: „Genau zwei der Krankmeldungen erfolgen montags."

b Untersuchen Sie, ab welcher Anzahl von Krankmeldungen die Wahrscheinlichkeit für folgendes Ereignis unter 5% liegt: 2

B: „Alle Krankmeldungen erfolgen montags."

5

SNR: Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

BE

Gegeben sind die Punkte $P(-1|7|2)$ und $M(-3|1|2)$ sowie die Ebene

$$E: x_1 + 3x_2 = 0.$$

P liegt nicht auf E.

a Zeigen Sie, dass M in E liegt und dass $\overrightarrow{PM}$ orthogonal zu E ist. 3

b Wird der Punkt P an E gespiegelt, so entsteht der Punkt Q.
Bestimmen Sie die Koordinaten von Q. 2

5

Teil 1 – Aufgabe 7 - zum Themenbereich Analytische Geometrie

BE

Betrachtet werden die Ebene $E: x_1 - x_2 + x_3 = 3$ und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R}.$$

a Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts S der Ebene E und der Geraden g. 3

b Die Ebene F enthält die Gerade g und steht senkrecht auf E. Geben Sie für F eine Gleichung in Parameterform an. 2

5

SNR:

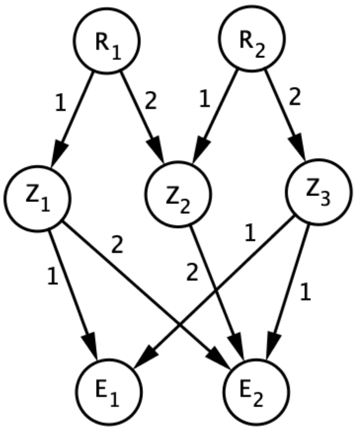
Kursbezeichnung:

Name:

Teil 1 – Aufgabe 8 - zum Themenbereich Lineare Algebra

BE

Aus den Rohstoffen R_1 und R_2 werden die Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 und daraus die Endprodukte E_1 und E_2 hergestellt. Die Abbildung gibt, jeweils in Mengeneinheiten, für jedes Zwischenprodukt den Bedarf an Rohstoffen und für jedes Endprodukt den Bedarf an Zwischenprodukten an.



Für den Produktionsprozess gilt $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \vec{e}$. Dabei gibt der Vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ die Anzahlen der Mengeneinheiten der Rohstoffe und der Vektor $\vec{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$ die Anzahlen der Mengeneinheiten der Endprodukte an.

a Der Vektor $\vec{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix}$ stellt die Anzahlen der Mengeneinheiten der Zwischenprodukte dar. 2

Geben Sie die Matrix M an, für die $\vec{z} = M \cdot \vec{e}$ gilt.

b Bei der Herstellung von E_1 und E_2 werden 28 Mengeneinheiten von R_1 und 40 Mengeneinheiten von R_2 verbraucht. Ermitteln Sie, wie viele Mengeneinheiten von E_1 und E_2 jeweils hergestellt wurden. 3

5

SNR:

Kursbezeichnung:

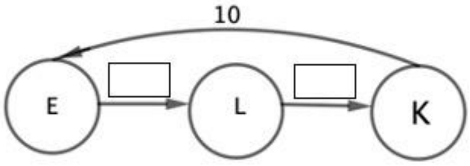
Name:

Teil 1 – Aufgabe 9 - zum Themenbereich Lineare Algebra

BE

Eine Käferpopulation durchläuft die drei Entwicklungsstadien Eier, Larven und Käfer. Die Zusammensetzung der Population wird durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} e \\ l \\ k \end{pmatrix}$ dargestellt, wobei e die Anzahl der Eier, l die Anzahl der Larven und k die Anzahl der Käfer angeben. Die Entwicklung der Population von einem Monat n zum nächsten wird durch die Gleichung $\overrightarrow{v_{n+1}} = M * \overrightarrow{v_n}$ mit $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}, 0 \le a \le 1$ modelliert.

a Geben Sie die beiden fehlenden Werte im Übergangsdiagramm an. 1



b Bestimmen Sie für $a = 0,2$ den Anteil der Eier, die sich innerhalb von zwei Monaten zu einem Käfer weiterentwickeln. 2

c Bestimmen Sie, welchen Wert a annehmen muss, damit die Anzahl der Larven alle drei Monate um 50% anwächst. 2

5

SNR: Kursbezeichnung:

Name:

Schriftliche Abiturprüfung 2021 im dritten Prüfungsfach

Grundkurs Mathematik (GTR)

Dienstag, 4. Mai 2021, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Prüfungsteilnehmer:innen

– Teil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln –

Allgemeine Arbeitshinweise

- Tragen Sie bitte oben rechts auf diesem Blatt und auf den nachfolgenden Aufgabenblättern die Schulnummer, die schulinterne Kursbezeichnung und Ihren Namen ein.
- Schreiben Sie auf alle Entwurfsblätter (Kladde) und die Reinschrift Ihren Namen.
- Versehen Sie Ihre Reinschrift mit Seitenzahlen.

Fachspezifische Arbeitshinweise

- Die Arbeitszeit beträgt 185 Minuten (165 Minuten plus 20 Minuten Zeitzuschlag als Corona-Kompensation).
- Erlaubte Hilfsmittel: Grafikfähiger Taschenrechner (GTR), dessen Betriebsfähigkeit der Prüfling gewährleistet, Formelsammlung, Zeichengerät, Rechtschreiblexikon, Operatorenliste.

Aufgaben

- Sie erhalten vier Aufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.
- Überprüfen Sie bitte zu Beginn die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben (Anzahl der Blätter, Anlagen, …).
- Vermerken Sie in Ihrer Reinschrift, welche Aufgabe Sie jeweils bearbeiten.

Pflichtaufgabe: Teil 2 – Aufgabe 1 - zum Themenbereich Analysis GTR

Dreieck und Funktionen

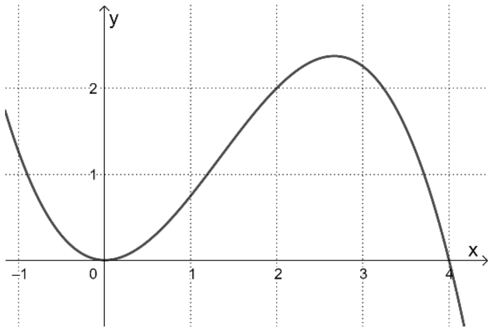
BE

Die in IR definierte Funktion f mit

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x^2$$

hat die Nullstellen $x = 0$ und $x = 4$.

Der Graph von f ist in der Abbildung dargestellt.



a Der Graph von f hat zwei Extrempunkte. 3
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Extrempunkte des Graphen von f.

Das Dreieck ABC hat die Eckpunkte $A(0\,|\,0)$, $B(3\,|\,0)$ und $C(3\,|\,2{,}25)$.

b **Zeichnen** Sie das Dreieck ABC in die obere Abbildung und **berechnen** Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. 3

Zeigen Sie, dass der Punkt C auf dem Graphen von f liegt.

Die in IR definierte Funktion g ist gegeben durch $g(x) = \frac{3}{4}x$.

c Vergleichen Sie die Steigung der Geraden durch die Punkte A und C mit der Steigung des Graphen von g. 2

d Die Graphen der Funktionen f und g schneiden sich in den Punkten A und C und einem weiteren Punkt S. 2

Berechnen Sie die x-Koordinate von S.

(Kontrollergebnis: $x = 1$)

e **Bestimmen** Sie eine Funktionsgleichung einer Stammfunktion von f. 5

Die Graphen von f und g schließen zwei Flächen ein.

Veranschaulichen die größere Fläche in der Abbildung und **berechnen** Sie ihren Flächeninhalt.

15

Teil 2 – Aufgabe 2 - zum Themenbereich Analysis

GTR

Brücke

BE

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

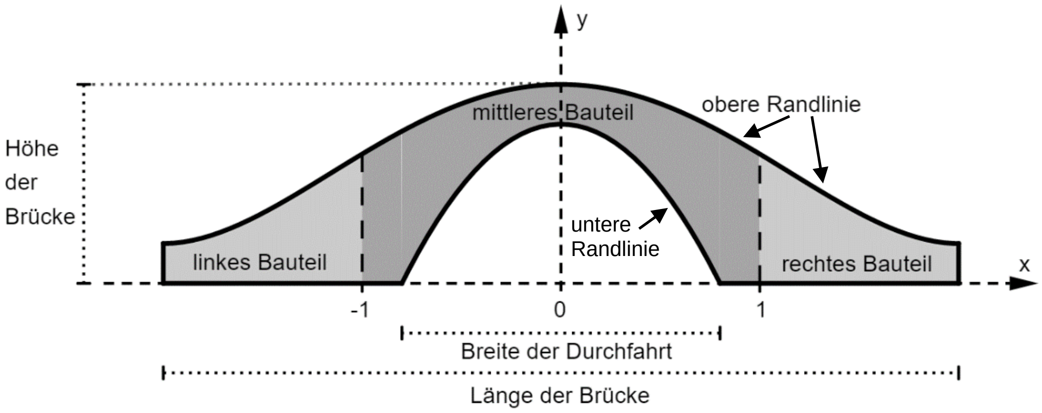


Abbildung 1

Die obere Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen der in IR definierten zur y-Achse symmetrischen Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$$

beschrieben werden. Dabei werden die Endpunkte dieser Randlinie durch die beiden Tiefpunkte des Graphen von f dargestellt. Im verwendeten Koordinatensystem verläuft der Boden horizontal entlang der x-Achse; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter (dm) in der Realität.

a **Bestimmen** Sie die Höhe und die Länge der Brücke. 5

(zur Kontrolle: Ein Tiefpunkt des Graphen von f hat die x-Koordinate 2.)

b **Interpretieren** Sie die Bedeutung des Terms $\frac{f(2)-f(1)}{2-1}$ im Sachzusammenhang und **berechnen** Sie seinen Wert. 2

c **Bestimmen** Sie die beiden Stellen, an denen die Brücke am steilsten ist. 3

Das mittlere Bauteil enthält einen parabelförmigen Ausschnitt zur Durchfahrt von Zügen. Die dadurch gebildete untere Randlinie verläuft entlang des Graphen der in IR definierten Funktion g mit

$$g(x) = -1{,}25 \cdot x^2 + 0{,}8\,.$$

d **Berechnen** Sie die Breite der Durchfahrt auf dem Boden. 2

(zur Kontrolle: Die Breite beträgt 1,6 dm.)

e **Bestimmen** Sie den Flächeninhalt der Vorderseite des mittleren Bauteils (siehe Abbildung 1). 3

f Am Ende des rechten Bauteils soll ein neues Bauteil knickfrei angesetzt werden, so dass die Spielzeugeisenbahn von der Brücke auf den Boden fahren kann (siehe Abbildung 2). 5

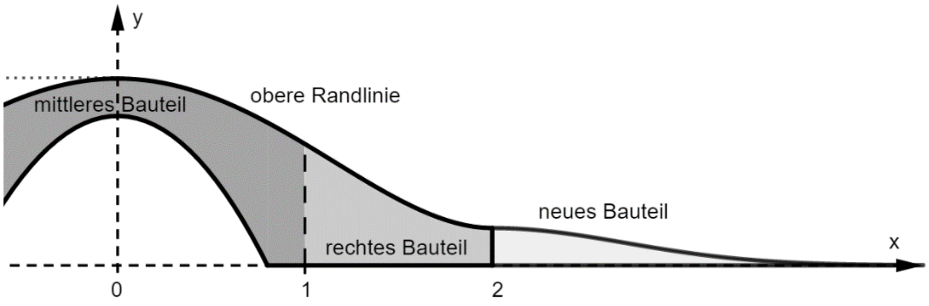


Abbildung 2

Die obere Randlinie des Längsschnittes des neuen Bauteils soll entlang eines Graphen verlaufen, der durch Verschiebung in x-Richtung und geeignete Stauchung des Graphen der Funktion h mit $h(x) = e^{-x^2}$ in y-Richtung entsteht.

Begründen Sie, dass der Graph von h um zwei Einheiten entlang der x-Achse verschoben werden muss.

Bestimmen Sie den Faktor, mit dem der Graph der Funktion h in y-Richtung gestaucht werden muss.

Geben Sie den Funktionsterm **an**, der den gestauchten und verschobenen Graphen beschreibt.

20

Teil 2 – Aufgabe 3 - zum Themenbereich Analysis GTR

Livestream

BE

Im Internet können Zuschauer per Livestream bei einem Computerspiel zusehen. Die Zuschauerzahl eines Livestreams kann mit Hilfe mathematischer Modelle dargestellt werden. Im Folgenden soll stets auf ganze Zuschauerzahlen gerundet werden.

a Der Computerspieler *FireX* hat zu Beginn seines Livestreams keine Zuschauer. Nach 30 Minuten ist die Zuschauerzahl mit 130 am größten. Er beendet seinen Livestream nach 40 Minuten mit 80 Zuschauern. 4

Die in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion f dritten Grades modelliert diesen Sachzusammenhang. Dabei ist t die Zeit in Minuten nach Beginn des Livestreams und der Funktionswert $f(t)$ entspricht der Zuschauerzahl zum Zeitpunkt t.

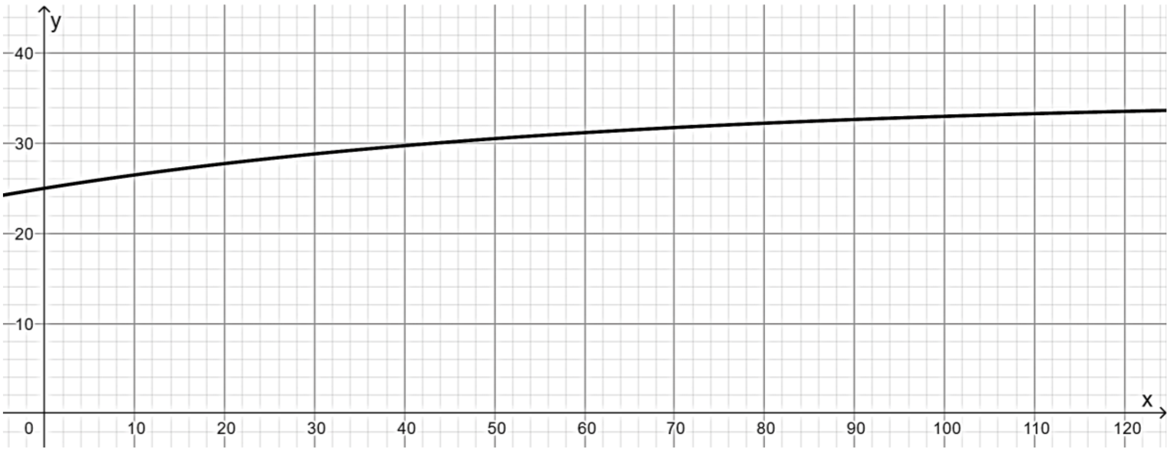
Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von f.

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g mit

$$g(t) = 35 - 10 \cdot e^{-0{,}016 \cdot t}$$

modelliert für $0 \le t \le 120$ die Zuschauerzahl eines Livestreams der Computerspielerin *GamerQueen*. Dabei ist t die Zeit in Minuten nach Beginn des Livestreams und g(t) stellt die Zuschauerzahl <u>in Tausend</u> zum Zeitpunkt t dar. Der betrachtete Livestream von *GamerQueen* dauert 120 Minuten.

Die Abbildung zeigt den Graphen von g.



b **Berechnen** Sie die Differenz der Zuschauerzahlen von *GamerQueen* zwischen Start und Ende ihres Livestreams. 5

Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Zuschauerzahl von 27000 überschritten wird.

c *GamerQueen* verdient durch Werbeeinblendungen Geld. Für jede angefangene Werbeminute wird ihr Verdienst in Abhängigkeit von der durchschnittlichen Zuschauerzahl während dieser Minute wie folgt berechnet: 5

Durchschnittliche Zuschauerzahl während der Minute Werbeeinblendung	27.000 bis 29.999	über 30.000
Einnahme pro Zuschauer (bezogen auf den Durchschnittswert oben) in dieser Minute in Euro	0,005	0,010

72 Minuten nach Start des Livestreams von *GamerQueen* gibt es eine Werbeeinblendung mit einer Dauer von zwei Minuten.

Ermitteln Sie die Einnahmen von *GamerQueen* für diese zweiminutige Werbeeinblendung.

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion k mit

$$k(t) = 40 - 20 \cdot e^{-0{,}016 \cdot t}$$

modelliert für $0 \le t \le 120$ die Zuschauerzahl eines Livestreams des Computerspielers *KingPlay*. Dabei ist t die Zeit in Minuten nach Beginn des Livestreams und k(t) stellt die Zuschauerzahl <u>in Tausend</u> zum Zeitpunkt t dar. Der betrachtete Livestream von *KingPlay* dauert 120 Minuten. Er läuft zeitgleich zum Livestream von *GamerQueen*.

d **Skizzieren** Sie den Graphen von k im Koordinatensystem in der Abbildung. 2

e **Berechnen** Sie, wie viele Minuten nach Beginn des Livestreams die beiden Livestreamer die gleiche Zuschauerzahl haben und **geben** Sie diese Zuschauerzahl **an**. 4

20

Teil 2 – Aufgabe 4 - zum Themenbereich Stochastik

GTR

Internetnutzer

BE

Für ein Land wird die Bevölkerungsgruppe der Erwachsenen betrachtet.

Für diese Bevölkerungsgruppe ist Folgendes bekannt:

- Der Anteil der Internetnutzer beträgt 88%.
- Der Anteil derjenigen, die mindestens 65 Jahre alt sind und das Internet nutzen, beträgt 17%.
- Der Anteil der Personen, die mindestens 65 Jahre alt sind, beträgt 27%.

Aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersucht werden folgende Ereignisse:

A: „Die Person nutzt das Internet.“

B: „Die Person ist mindestens 65 Jahre alt.“

a **Beschreiben** Sie das Ereignis $\overline{A}\cap B$ im Sachzusammenhang. 6

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{A}\cap B)$.

Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel **dar**.

b Zwei Ereignisse E_1 und E_2 sind stochastisch unabhängig, wenn $P(E\_1)\cdot P(E\_2)=P(E\_1\cap E\_2)$ gilt. 3

Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind.

c **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person der betrachteten Bevölkerungsgruppe das Internet nutzt, wenn sie jünger als 65 Jahre ist. 2

In der betrachteten Bevölkerungsgruppe nutzen etwa 72 % das Internet mit einem Smartphone. Die Anzahl X der Personen, die das Internet mit einem Smartphone nutzen, wird als binomialverteilt angenommen.

d Aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe werden 100 Personen zufällig ausgewählt. **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl X der Personen, die das Internet mit einem Smartphone benutzen, um höchstens 3 vom Erwartungswert abweicht. 4

e **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person aus einer Gruppe von 5 zufällig ausgewählten Personen aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe das Internet mit einem Smartphone nutzt. 5

Ermitteln Sie, wie viele Personen aus der betrachteten Bevölkerungsgruppe mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens eine dieser Personen das Internet mit einem Smartphone nutzt.

20

Teil 2 – Aufgabe 5 - zum Themenbereich Analytische Geometrie GTR

Rasen

BE

Die Punkte $A(0|0|1)$, $B(18|0|2{,}5)$, C und $D(0|15|1)$ stellen modellhaft die Eckpunkte eines Grundstückes dar (vgl. Abbildung 1).

Die Grundstücksfläche liegt in einer leicht schrägen Ebene.

Im verwendeten Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit einem Meter in der Wirklichkeit.

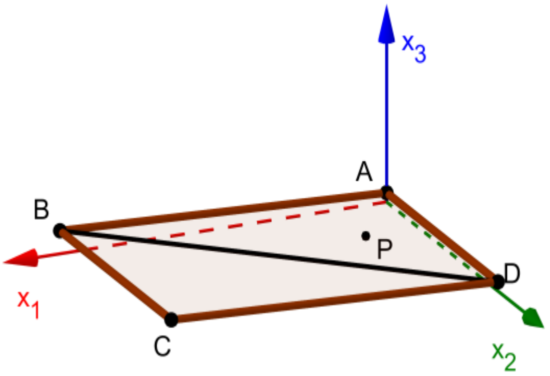


Abbildung 1

a **Zeigen** Sie, dass $\overrightarrow{AD}$ und $\overrightarrow{AB}$ einen rechten Winkel einschließen. 2

b Die Grundstücksfläche bildet im Modell das Rechteck ABCD.
Bestimmen Sie die Koordinaten von C. 2

c **Berechnen** Sie den Flächeninhalt des Grundstücks. 2

Die dreieckige Teilfläche ABD ist mit Rasen angelegt. Die Rasenfläche wird von einem Roboter gemäht, der die Form eines flachen Zylinders hat. Zur Beschreibung der Bewegung des Roboters wird der Mittelpunkt seiner kreisförmigen Unterseite betrachtet. Es soll vereinfachend davon ausgegangen werden, dass dieser Mittelpunkt die Rasenfläche berührt.

Die Position des Mittelpunkts wird zunächst durch $P(3{,}6|6|1{,}3)$ dargestellt (vgl. Abbildung 1).

Die anschließende Bewegung des Mittelpunkts verläuft im Modell entlang der Geraden g, die durch P verläuft und den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat. Dabei bewegt sich der Roboter auf den durch $\overline{BD}$ dargestellten Rand der Rasenfläche zu.

d Die Gerade g schneidet die Gerade durch B und D in einem Punkt Q.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts Q.
Begründen Sie, dass Q auf der Strecke $\overline{BD}$ liegt. 6

(zur Kontrolle: $Q(15{,}6|2|2{,}3)$ *)*

e **Berechnen** Sie den Winkel, unter dem sich der Roboter dem Rand der Rasenfläche nähert. 3

f Der Roboter ändert seine Richtung, sobald der Rand seiner Unterseite den Rand der Rasenfläche berührt (vgl. Abbildung 2). Der Berührungspunkt wird mit T bezeichnet. Der Punkt, der die Position des Mittelpunkts im Moment der Richtungsänderung darstellt, wird mit S bezeichnet. Die Koordinaten von S auf eine Nachkommastelle gerundet sind $S(15{,}1\,|\,2{,}2\,|\,2{,}3)$.

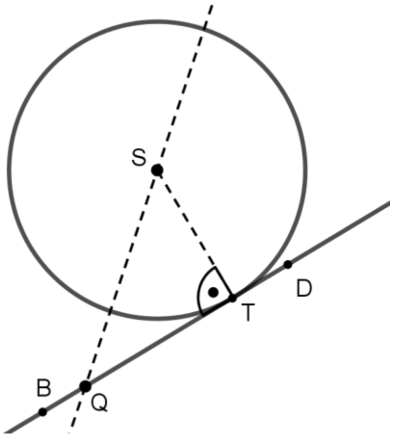


Abbildung 2

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene, die den Punkt S enthält und senkrecht auf der Geraden durch B und D steht.

Bestimmen Sie die Koordinaten von T.

Berechnen Sie den Radius der kreisseitigen Unterseite des Roboters.

5

20

Teil 2 – Aufgabe 6 - zum Themenbereich Lineare Algebra

GTR

Wildkatzen

BE

1 Um die Ausbreitung der Europäischen Wildkatze in Deutschland zu unterstützen, haben Tierschützer zwischen den Wäldern, in denen Wildkatzen leben, sogenannte grüne Korridore aus Büschen angelegt. Diese Korridore ermöglichen den Wildkatzen zwischen den Wäldern zu wandern.

Es wird das Wanderverhalten der Wildkatzen zwischen den Wäldern A, B und C betrachtet. Die Verteilung der Wildkatzen auf die drei Wälder kann durch

Vektoren der Form $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ dargestellt werden, wobei a, b und c die Anzahlen der Wildkatzen in den Wäldern A, B bzw. C angeben.

Das Wanderverhalten von einem Jahr n zum nächsten wird modellhaft durch die Gleichung

$\overrightarrow{v_{n+1}} = M * \overrightarrow{v_n}$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,1 & 0,07 \\ 0,28 & 0,6 & 0,18 \\ 0,27 & 0,3 & 0,75 \end{pmatrix}$ beschrieben.

Runden Sie Ihre Endergebnisse stets auf ganze Tieranzahlen.

a Stellen Sie das beschriebene Wanderverhalten in einem Übergangsdiagramm dar. 4

Geben Sie die Bedeutung des Werts 0,07 im Sachzusammenhang an.

Zu Beginn der Beobachtung leben 100 Wildkatzen im Wald A, 110 im Wald B und 425 im Wald C.

b Ermitteln Sie, wie sich die Wildkatzen drei Jahre nach Beobachtungsbeginn auf die Wälder verteilen. 2

c Bestimmen Sie eine Verteilung der 635 Wildkatzen auf die drei Wälder, sodass sich die Anzahl der Tiere, die in Wald A, in Wald B und in Wald C leben, bei gleichbleibendem Wanderverhalten zukünftig nicht mehr verändert. 4

2 In einem abgeschlossenen Waldgebiet wird untersucht, wie sich eine Population weiblicher Wildkatzen entwickelt. Die Zusammensetzung der Population wird durch

Vektoren der Form $\begin{pmatrix} w \\ j \\ e \end{pmatrix}$ dargestellt; dabei ist w die Anzahl der Welpen, j die Anzahl der Jungtiere und e die Anzahl der erwachsenen Tiere.

Die Entwicklung der Population von einem Halbjahr r zum nächsten kann modellhaft durch die Gleichung $\overrightarrow{w_{r+1}} = P * \overrightarrow{w_r}$ mit $P = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0{,}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}7 \end{pmatrix}$ beschrieben werden.

Zu Beginn der Untersuchung befinden sich im Waldgebiet ausschließlich acht Jungtiere und acht erwachsene Tiere.

a Zeigen Sie, dass das Modell zur Beschreibung der Entwicklung der Population vor Beginn der Untersuchung nicht geeignet ist. 2

b Vergleichen Sie für die Jungtiere in dem Waldgebiet den prozentualen Zuwachs in den ersten eineinhalb Jahren und in den zweiten eineinhalb Jahren seit Beobachtungsbeginn. 3

c Die halbjährliche Entwicklung der Anzahl der Welpen kann ab dem Zeitpunkt vier Halbjahre nach Beginn der Untersuchung näherungsweise durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. 5

Bestimmen Sie eine passende Funktionsgleichung für die Anzahl der Welpen in Abhängigkeit von der Zeit t in Halbjahren.

Ermitteln Sie die Anzahl der Welpen, die nach diesem Modell $7\frac{3}{4}$ Jahre nach Beginn der Untersuchung im Waldgebiet leben.

20

Die Senatorin
für Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Schriftliche Abiturprüfung 2021 im dritten Prüfungsfach

Grundkurs Mathematik (GTR)

Dienstag, 4. Mai 2021, 9:00 Uhr

Unterlagen für Referent:innen und Korreferent:innen

- Diese Unterlagen sind nicht für Schüler:innen bestimmt -

Diese Unterlagen enthalten …

- Allgemeines,
- die Bewertung der Prüfungsleistung und Lösungsskizzen zu den Aufgaben,
- keine Aufgabenstellungen – Ihre Exemplare entnehmen Sie bitte den Schüleraufgaben – ,
- einen Protokollbogen zur Auswahl der Aufgaben für die Prüfungsakten Ihrer Schule,
- einen Rückmeldebogen für die Zentralabiturkommission zur Auswahl der Aufgaben.

Allgemeines

- Prüfen Sie die Prüfungsaufgaben vor der Aushändigung an die Schüler:innen auf ihre Voll-ständigkeit und formale und inhaltliche Korrektheit und ergänzen Sie sie gegebenenfalls. Bei nicht ausreichender Anzahl erstellen Sie entsprechende Kopien vor Ort. Bei einem schwer-wiegenden inhaltlichen Fehler informieren Sie sofort die Senatorin für Kinder und Bildung über die **Hotline (0421 361...)** von 7.00 bis 9.30 Uhr. Die von der Senatorin für Kinder und Bildung vorgenommene Korrektur gibt die Schule sofort an die für die schriftliche Prüfung zuständige Lehrkraft weiter.
- Die Prüfungsaufgaben bestehen aus **zwei Teilen**.
- **Teil 1 besteht aus den „hilfsmittelfreien“ Aufgaben:**
  Die Bearbeitungszeit beträgt 70 Minuten (60 Minuten plus 10 Minuten Zeitzuschlag als Corona-Kompensation).
  Erlaubte Hilfsmittel: Zeichengerät und Rechtschreiblexikon, Operatorenliste.
  Für die Bearbeitung dieser Aufgaben sind Taschenrechner und Formelsammlung **NICHT** erlaubt.
- **Teil 2 beinhaltet die Aufgaben mit Hilfsmitteln.**
  Die Bearbeitungszeit beträgt 185 Minuten (165 Minuten plus 20 Minuten Zeitzuschlag als Corona-Kompensation).
  Erlaubte Hilfsmittel: Grafikfähiger Taschenrechner (GTR), dessen Betriebsfähigkeit die Schüler:in gewährleistet, Formelsammlung, Zeichengerät, Rechtschreiblexikon, Operato-renliste.
- **Auswahl der Aufgaben:**
- Für **Teil 1** der Prüfung, für die „hilfsmittelfreien“ Aufgaben, gibt es **eine** Aufgabe aus dem Themenbereich **Analysis**, die **fest vorgegeben** ist; es handelt sich um die **Aufgabe 3**, die mit „Pflichtaufgabe“ gekennzeichnet ist. Darüber hinaus gibt es **acht** weitere Aufgaben, je zwei Aufgaben zu den Themenbereichen **Analysis**, **Stochastik**, **Lineare Algebra / Analytische Geometrie** (Schwerpunkt Lineare Algebra) sowie **Lineare Algebra / Analytische Geometrie** (Schwerpunkt Analytische Geometrie). Wählen Sie gemeinsam mit Ihrer Korre-

ferentin / Ihrem Korreferenten vorab für den „hilfsmittelfreien“ Teil aus den weiteren **acht** vorgelegten Aufgaben **vier** zur Bearbeitung aus. Die Schüler:innen erhalten die **eine fest vorgegebene Aufgabe 3** zum Themenbereich Analysis und die **vier ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung.

- Für **Teil 2** der Prüfung, für die Aufgaben mit Hilfsmitteln, gibt es **eine** Aufgabe aus dem Bereich **Analysis** mit 15 Bewertungseinheiten, die **fest vorgegebenen** ist; es handelt sich um die **Aufgabe 1**, die mit „Pflichtaufgabe“ gekennzeichnet ist. Darüber hinaus gibt es **fünf** weitere Aufgaben mit jeweils 20 Bewertungseinheiten, und zwar zwei Aufgaben zum Themenbereich **Analysis** und je eine Aufgabe zu den Themenbereichen **Stochastik**, **Lineare Algebra / Analytische Geometrie** (Schwerpunkt Lineare Algebra) und **Lineare Algebra / Analytische Geometrie** (Schwerpunkt Analytische Geometrie). Der Fachprüfungsausschuss wählt von den **fünf** weiteren Aufgaben **drei** Aufgaben zur Bearbeitung aus. Die Schüler:innen erhalten die **eine fest vorgegebene Aufgabe 1** zum Themenbereich Analysis und **die drei ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung. Kommt es zu keiner Einigung, bestimmt die/der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses die Auswahl der Aufgaben (§ 10 Abs. 2 Nr. 1 AP-V). Protokollieren Sie auf dem beigefügten Protokollformular, welche Aufgaben Sie gewählt haben (Prüfer:in und Korreferent:in und ggf. auch die/der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses unterschreiben das Protokoll).
- Füllen Sie bitte für die Zentralabiturkommission Mathematik den beigefügten Rückmeldebogen zur Auswahl der Aufgaben aus und schicken ihn an die dort genannte Adresse.
- Fragen Sie vor Verteilung der Aufgaben nach der Arbeitsfähigkeit der Schüler:innen und weisen Sie diese auf die Regelungen des § 5 AP-V (Täuschung und Behinderung) hin.
- Machen Sie die Schüler:innen auf die Arbeitshinweise aufmerksam, die am Anfang ihrer Unterlagen für die Prüfung stehen. Geben Sie ihnen ggf. die nötigen Angaben zur Schulnummer sowie zur genauen Kursbezeichnung.

Die Bewertung der Prüfungsleistung

Die Lösungsskizze stellt eine Lösungsvariante dar; andere gleichwertige Lösungen sind entsprechend zu bewerten. Die Bewertungsanteile pro Teilaufgabe sind obligatorisch.

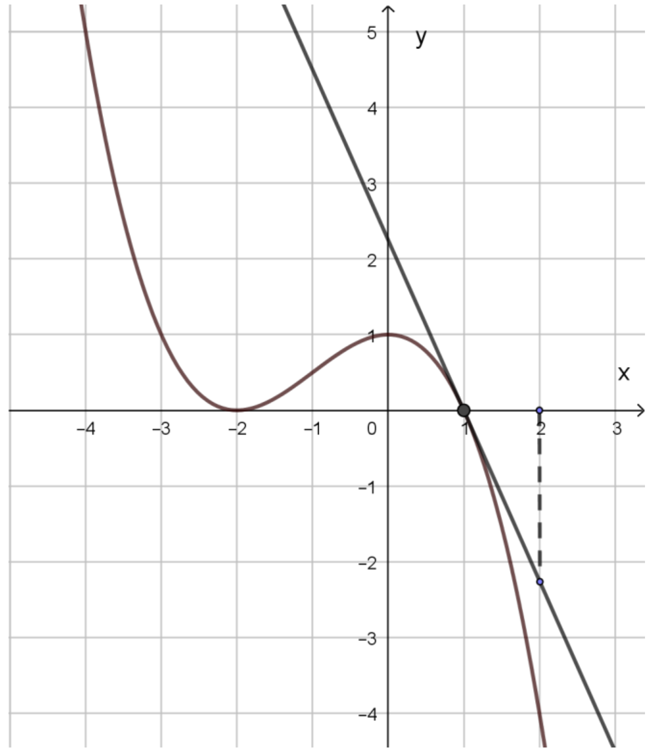
Für die Festlegung der Gesamtleistung werden den erzielten Bewertungseinheiten die entsprechenden Notenstufen gemäß folgender Tabelle zugeordnet.

Ab ... %	Punkte	Note	Ab ... %	Punkte	Note
95	15	1+	55	07	3-
90	14	1	50	06	4+
85	13	1-	45	05	4
80	12	2+	40	04	4-
75	11	2	33	03	5+
70	10	2-	27	02	5
65	09	3+	20	01	5-
60	08	3	0	00	6

Teil 1 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

Lösungsskizze		Bewertung		
		I	**II**	**III**
Aufgabe 1				
a	Der Graph II kommt nicht infrage, da $f(0{,}5)<0$ gilt, der Graph III nicht, da die Steigung des Graphen von f für $-0{,}5\le x\le 0{,}5$ nicht konstant ist.		2	
b	$2\cdot\int\limits_{-1}^{0}\left(x^3-x\right)dx=2\cdot\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{0}=2\cdot\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$	2	1	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Aufgabe 2				
a	$0=x-0{,}5$ $\Rightarrow x=0{,}5$	1		
b	$\int\limits_{0}^{1}f(x)dx-\frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5=\left[\frac{1}{6}x^3\right]_{0}^{1}-\frac{1}{8}=\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{1}{24}$	1	3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Aufgabe 3				
a	 $f'(1)\approx\frac{-2{,}3}{1}=-2{,}3$.	1	1	

	Lösungsskizze	**Bewertung**		
		I	**II**	**III**
b	An der Stelle $x \approx 0$ hat der Graph der Funktion einen Hochpunkt, daher ist $f''(0) < 0$. An der Stelle $x \approx -1$ hat der Graph der Funktion f einen Wendepunkt, daher ist $f''(-1) = 0$. An der Stelle $x \approx -2$ hat der Graph der Funktion einen Tiefpunkt, daher ist $f''(-2) > 0$. Daraus folgt $f''(-2) > f''(-1) > f''(0)$.			3
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**1**	**1**	**3**

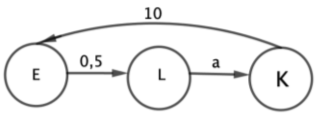
Aufgabe 4				
a	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer der beiden Würfel keine „6“ zeigt, ist $\frac{5}{6}$. Damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, dass beide Würfel keine „6“ zeigen: $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$. Die beiden Wahrscheinlichkeiten sind gleich groß, da zu beiden Ereignissen die gleiche Anzahl an Ergebnissen gehört.	2	1	
b	Abb. 1: Die höchste Säule befindet sich bei 20, nicht bei 25. Abb. 2: Die Summe der Höhen der Säulen ist größer als 1.		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Aufgabe 5				
a	$n = 3$, $p = \frac{1}{5}$ $P(A) = 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{12}{125} < \frac{12}{120} = 0{,}1$	2	1	
b	n: Anzahl der zufälligen Krankmeldungen, $p = \frac{1}{5}$ $P(B) = \left(\frac{1}{5}\right)^n < 0{,}05$ Wegen $\left(\frac{1}{5}\right)^1 = 0{,}2$ und $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0{,}04$ muss gelten $n \geq 2$.		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

	Lösungsskizze	**Bewertung**		
		I	**II**	**III**
Aufgabe 6				
a	Punktprobe: $-3+3\cdot 1=0$. $\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E und $\overrightarrow{PM}=\begin{pmatrix}-2\\-6\\0\end{pmatrix}$. Die Orthogonalität von $\overrightarrow{PM}$ und E: folgt mit $-2\cdot\vec{n}=-2\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-6\\0\end{pmatrix}=\overrightarrow{PM}$.	3		
b	$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OP}+2\cdot\overrightarrow{PM}=\begin{pmatrix}-1\\7\\2\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}-2\\-6\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-5\\2\end{pmatrix}$.		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**3**	**2**	

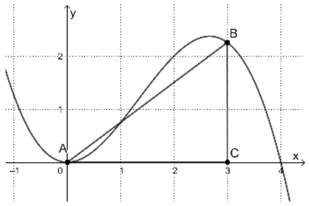
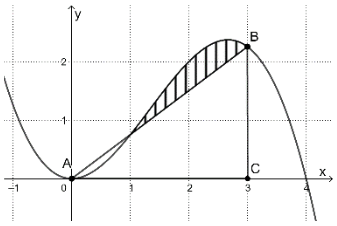
Aufgabe 7				
a	Die Parametergleichung der Geraden zeilenweise in die Ebenengleichung eingesetzt, liefert $1+2t-(-t)+5=3\Rightarrow t=-1$. So folgt für die Koordinaten des Schnittpunktes S: $\overrightarrow{OS}=\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}+(-1)\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\\5\end{pmatrix}$.	1	2	
b	$F:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$	1	1	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Aufgabe 8				
a	$\begin{pmatrix}1&2\\0&2\\1&1\end{pmatrix}$	2		
b	$\begin{pmatrix}1&6\\2&4\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}e_1\\e_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}28\\40\end{pmatrix}$ liefert das folgende Gleichungssystem: I $e_1+6e_2=28$ II $2e_1+4e_2=40$ Aus I ergibt sich $2e_1+12e_2=56$ und daraus in Verbindung mit II $e_2=2$. Damit folgt aus I $e_1=16$.		3	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Lösungsskizze		**Bewertung**		
		I	**II**	**III**
Aufgabe 9				
a		1		
b	$0{,}5\cdot 0{,}2=0{,}1$	1	1	
c	$a\cdot 10\cdot 0{,}5=1{,}5 \Leftrightarrow a=0{,}3$		2	
Verteilung der insgesamt 5 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**2**	**3**	

Teil 2 – Aufgabe 1 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	**I**	**II**	**III**
a	$f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 2x$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{8}{3}$		3	
b	Zeichnung siehe rechts. Flächeninhalt: $\frac{2{,}25 \cdot 3}{2} = 3{,}375$ $f(3) = -\frac{1}{4} \cdot 3^3 + 3^2 = 2{,}25$ 	3		
c	Die Steigung der Geraden durch A und C ist $\frac{2{,}25}{3} = \frac{3}{4}$ und entspricht somit der Steigung der Geraden, die durch die Funktion g beschrieben ist.	2		
d	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + x^2 = \frac{3}{4}x \Leftrightarrow x = 0 \vee \underline{\underline{x = 1}} \vee x = 3$		2	
e	$F(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{3}x^3$. Veranschaulichung siehe rechts. $\int_1^3 f(x) - g(x)\,dx = \frac{2}{3}$ 		5	
	Verteilung der insgesamt 15 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	**5**	**10**	**0**

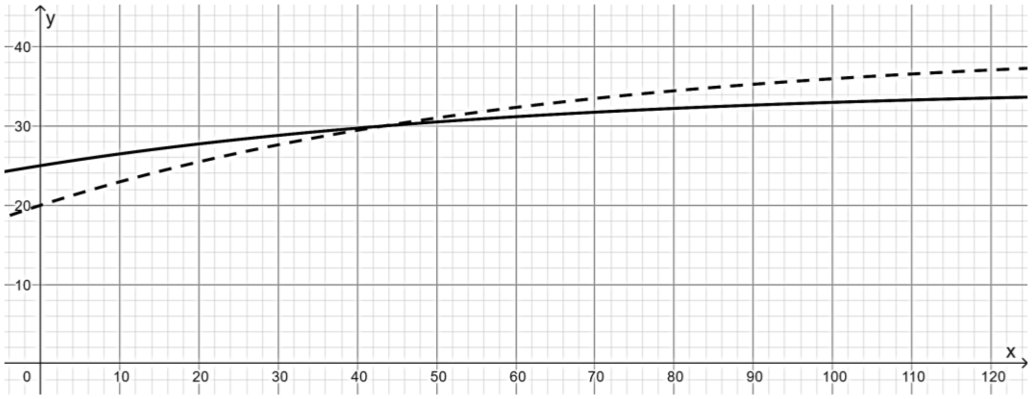
Teil 2 – Aufgabe 2 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	**I**	**II**	**III**
a	$f'(x)=\frac{1}{5}x^3-\frac{4}{5}x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2 \vee x=-2$ In Verbindung mit der Abbildung 1 ergibt sich … • aus $f(0)=1$, dass die Höhe 1 dm beträgt und • aus den x-Koordinaten der Tiefpunkte -2 und 2, dass die Brücke 4 dm lang ist.	5		
b	Der Term gibt für das rechte Bauteil die mittlere Steigung der oberen Randlinie an. $\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\frac{9}{20}$		2	
c	$f''(x)=\frac{3}{5}x^2-\frac{4}{5}=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{2}{3}\sqrt{3}$		3	
d	$g(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 0{,}8$ $2\cdot 0{,}8=1{,}6$ Damit beträgt die Breite der Durchfahrt 1,6 dm.	2		
e	$\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{-0{,}8}^{0{,}8} g(x)dx \approx 0{,}9$ Der Flächeninhalt beträgt ca. 0,9 dm^2.		3	
f	Für einen knickfreien Anschluss der Funktion h an das rechte Bauteil muss an der Stelle $x=2$ die Steigung 0 sein. Dies ist beim Hochpunkt des Graphen der Funktion h an der Stelle $x=0$ der Fall. Deswegen muss der Graph um zwei Einheiten nach rechts verschoben werden. Die Höhe des rechten Bauteils an der Stelle $x=2$ beträgt 0,2 dm. Da die y-Koordinate des Hochpunktes des Graphen der Funktion h 1 beträgt, ergibt sich als Faktor für die Stauchung 0,2. Der Funktionsterm lautet $0{,}2e^{-(x-2)^2}$.			5
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**7**	**8**	**5**

Teil 2 – Aufgabe 3 Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	I	II	III
a	$f(t)=at^3+bt^2+ct+d$ $f'(t)=3at^2+2bt+c$ $f(0)=0 \quad \Rightarrow d=0$ $f(30)=130 \quad \Rightarrow 30^3a+30^2b+30c=130$ $f'(30)=0 \quad \Rightarrow 3\cdot 30^2a+2\cdot 30b+c=0$ $f(40)=80 \quad \Rightarrow 40^3a+40^2b+40c=80$ $\Rightarrow a=-\frac{2}{225} \wedge b=\frac{7}{18} \wedge c=\frac{2}{3} \wedge d=0$		4	
b	$g(120)-g(0)\approx 8{,}534$ Die Differenz beträgt 8534 Zuschauer. $27=35-10\cdot e^{-0{,}016t}$ $\Rightarrow t=\frac{\ln\left(\frac{27-35}{-10}\right)}{-0{,}016}\approx 14$ Das heißt, nach etwa 14 Minuten ist die Zuschauerzahl überschritten.	5		
c	Die durchschnittliche Anzahl der Zuschauer pro Minute beträgt während der jeweiligen Minute der Werbeeinblendung: $\frac{1}{73-72}\cdot\int_{72}^{73} g(t)\,dt\approx 31.865$ $\frac{1}{74-73}\cdot\int_{73}^{74} g(t)\,dt\approx 31.915$ Damit ergeben sich Werbeeinnahmen von: $0{,}01\cdot 31.865+0{,}01\cdot 31.915\approx 637{,}80[€]$.			5
d		2		

	Lösungsskizze	I	II	III
e	$g(t)=k(t)$ $\Rightarrow t=\dfrac{\ln\left(\dfrac{40-35}{20-10}\right)}{-0{,}016}\approx 43{,}3$ $g(43{,}3)\approx 30$ $g(100)=32{,}981$ Nach 43,3 Minuten sind es 30000 Zuschauer.		4	
Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**7**	**8**	**5**

Teil 2 – Aufgabe 4 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

<table>
<tr><th></th><th>Lösungsskizze</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a</td><td>Die Person ist mindestens 65 Jahre alt und nutzt das Internet nicht.
$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - 17\% = 27\% - 17\% = 10\%$
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\overline{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>$17\,\%$</td><td>$10\,\%$</td><td>$27\,\%$</td></tr>
<tr><td>$\overline{B}$</td><td>$71\,\%$</td><td>$2\,\%$</td><td>$73\,\%$</td></tr>
<tr><td></td><td>$88\,\%$</td><td>$12\,\%$</td><td>$100\,\%$</td></tr>
</table></td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>Es gilt $P(A) \cdot P(B) = 0{,}88 \cdot 0{,}27 \approx 24\%$ und $P(A \cap B) = 17\%$.
Mit $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ ergibt sich, dass A und B stochastisch abhängig sind.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>$P\left(A \middle| \overline{B}\right) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{71\%}{73\%} \approx 97\%$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>Mit dem Erwartungswert $E(X) = 0{,}72 \cdot 100 = 72$ ergibt sich
$P_{0,72}^{100}(72 - 3 \leq X \leq 72 + 3) = P_{0,72}^{100}(X \leq 75) - P_{0,72}^{100}(X \leq 68) \approx 56\%$.</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>e</td><td>$1 - (1 - 0{,}72)^5 \approx 99{,}8\%$
Gesucht ist der kleinste Wert von n, für den $1 - (1 - 0{,}72)^n > 99\%$ gilt.
Aus $1 - (1 - 0{,}72)^3 < 99\%$ und $1 - (1 - 0{,}72)^4 > 99\%$ folgt, dass mindestens vier Personen ausgewählt werden müssen.</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche</td><td>6</td><td>9</td><td>5</td></tr>
</table>

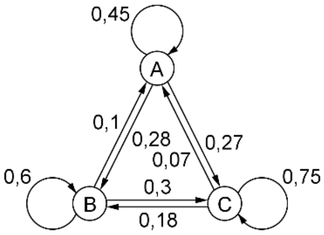
Teil 2 – Aufgabe 5 Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	Lösungsskizze	**I**	**II**	**III**
a	$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix}0\\15\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}18\\0\\1,5\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{AD} * \overrightarrow{AB} = 0$.	2		
b	$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}18\\15\\2,5\end{pmatrix}$	2		
c	Die Fläche des Rechtecks ist: $\left\lvert\overrightarrow{AB}\right\rvert \cdot \left\lvert\overrightarrow{AD}\right\rvert = \frac{45\cdot\sqrt{145}}{2} \approx 270,9 \ \left[m^2\right]$	2		
d	$\begin{pmatrix}3,6\\6\\1,3\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}12\\-4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}18\\0\\2,5\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-18\\15\\-1,5\end{pmatrix}$ liefert das folgende Gleichungssystem: I $12t + 18s = 14,4$ II $4t + 15s = 6$ III $t + 1,5s = 1,2$ Aus I und II ergibt sich $s = \frac{2}{15}$ und damit $Q(15,6 \mid 2 \mid 2,3)$. Aus $0 < s < 1$ folgt, dass Q auf der Strecke $\overline{BD}$ liegt.		6	
e	$\cos\alpha = \dfrac{\left\lvert\begin{pmatrix}-18\\15\\-1,5\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}12\\-4\\1\end{pmatrix}\right\rvert}{\sqrt{324+225+2,25}\cdot\sqrt{144+16+1}}$ liefert $\alpha \approx 21°$.		3	
f	$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix}-18\\15\\-1,5\end{pmatrix} = -1,5\cdot\begin{pmatrix}12\\-10\\1\end{pmatrix}$ Ansatz für die gesuchte Ebenengleichung: $12x_1 - 10x_2 + x_3 = d$. Einsetzen der Koordinaten von S liefert: $d = 12\cdot 15,1 - 10\cdot 2,2 + 2,3 = 161,5$ T liegt auf der Geraden durch B und D und auf der Ebene E, so folgt für den zu T zugehörigen Geradenparameter s: $12\cdot(18-18s) - 10\cdot(15s) + (2,5-1,5s) = 161,5 \Leftrightarrow s \approx 0,16$ und damit $T(15,1 \mid 2,4 \mid 2,3)$. Radius: $\left\lvert\overrightarrow{ST}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}0\\0,2\\0\end{pmatrix}\right\rvert = 0,2 \ [m]$			5
	Verteilung der insgesamt 20 Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	**6**	**9**	**5**

Teil 2 – Aufgabe 6 **Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		Lösungsskizze	I	II	III
1	**a**	 7% der Wildkatzen, die in Wald C leben, wandern in einem Jahr nach Wald A.	4		
	b	$M^3 * \begin{pmatrix}100\\110\\425\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}82\\204\\349\end{pmatrix}$	2		
	c	$\begin{pmatrix}0,45 & 0,1 & 0,07\\0,28 & 0,6 & 0,18\\0,27 & 0.3 & 0,75\\1 & 1 & 1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\b\\c\\635\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}-0,55 & 0,1 & 0,07\\0,28 & -0,4 & 0,18\\0,27 & 0.3 & -0,25\\1 & 1 & 1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\635\end{pmatrix}$ $\Rightarrow a \approx 82 \wedge b \approx 211 \wedge c \approx 342$ Die gesuchte Verteilung ist damit $\begin{pmatrix}82\\211\\342\end{pmatrix}$.		4	
2	**a**	$P^{-1} * \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}40\\160\\-80\end{pmatrix}$ Eine negative Anzahl von Tieren ist im Sachzusammenhang nicht sinnvoll.		2	
	b	Wegen $P^3 * \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}44\\7\\8\end{pmatrix}$ und $P^6 * \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}57\\10\\10\end{pmatrix}$ ist der prozentuale Zuwachs der Jungtiere in den ersten 1,5 Jahren mit $\frac{7}{8} - 1 = -\frac{1}{8} = -12,5\%$ negativ (die Anzahl der Jungtieren nimmt leicht ab), während er in den zweiten 1,5 Jahren mit $\frac{10}{7} - 1 = \frac{3}{7} \approx 42,9\%$ positiv ist (die Anzahl der Juntieren nimmt deutlich zu).		3	

		Lösungsskizze	I	II	III
	c	Es gilt $P^4 * \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}47\\9\\9\end{pmatrix}$ und $P^5 * \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}52\\9\\9\end{pmatrix}$. Hieraus ergibt sich: $\frac{52}{47} \approx 1{,}11$. Die halbjährliche Entwicklung der Anzahl der Welpen lässt sich ab dem Zeitpunkt vier Halbjahre nach Beginn der Untersuchung näherungsweise beschreiben durch $w(t) \approx 47 \cdot 1{,}11^t$, wobei t die Zeit in Halbjahren ist. $7\frac{3}{4}$ Jahre sind 15,5 Halbjahre nach Beginn der Untersuchung. Mit $t = 15{,}5 - 4 = 11{,}5$ ergibt sich: $w(11{,}5) \approx 47 \cdot 1{,}11^{11{,}5} \approx 156$.			5
	Verteilung der insgesamt **20** Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche		**6**	**9**	**5**