

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2021

Mathematik (A)

Teil 1

Taschenrechner und Formelsammlung sind **nicht** zugelassen.

Name: _____

Klasse: _____

Datum: 11.06.2021

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **40 Minuten**

(30 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 10 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **80 Minuten**

(60 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 20 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)

Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

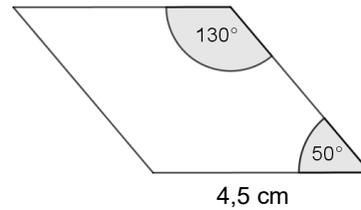
- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 3:

Konstruiere eine Raute.

Die Maße sind in der Skizze angegeben.

Miss die Länge der kürzeren Diagonalen in deiner Zeichnung und gib sie an.



/2 Punkte

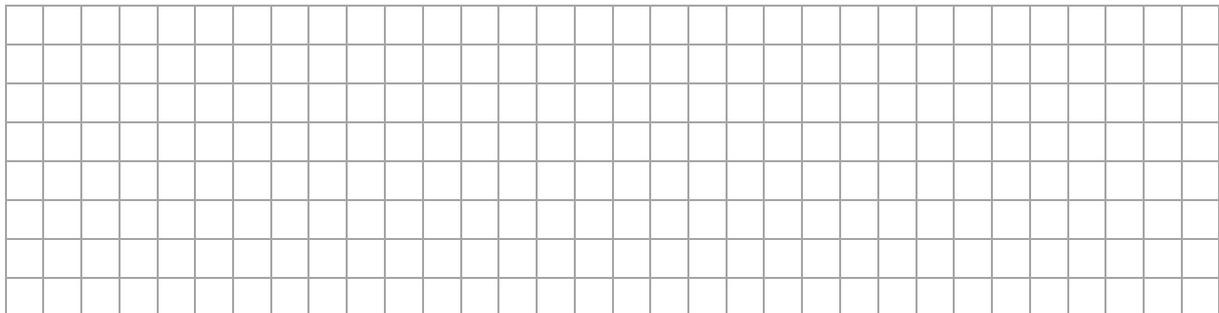
Aufgabe 4:

Die Entfernung zwischen Bremen und Köln beträgt 270 km (Luftlinie).

Auf einer Karte beträgt der Abstand zwischen Bremen und Köln 54 mm.

Der Abstand zwischen Bremen und Avignon (Frankreich) beträgt auf der Karte 216 mm.

Berechne die Entfernung zwischen Bremen und Avignon in der Realität in km.



/2 Punkte

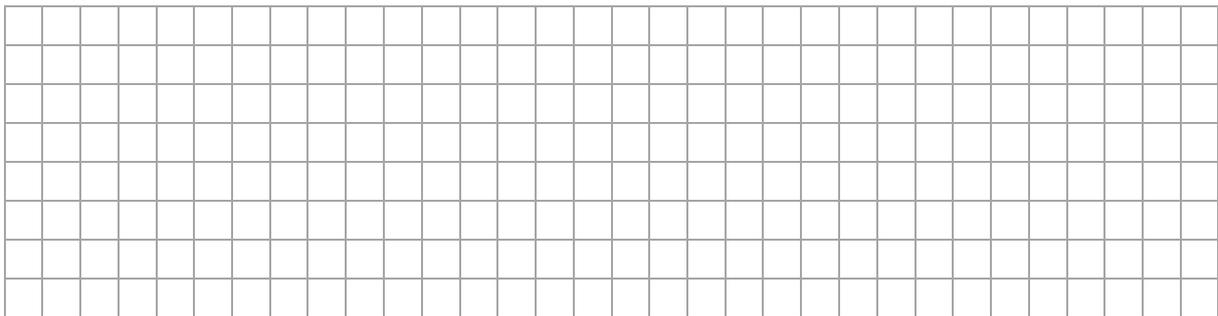
Aufgabe 5:

Im Diagramm sind vier Tageshöchsttemperaturen in Grad Celsius angegeben.

a) Bestimme die Spannweite. _____

/1 Punkt

b) Der Durchschnitt (arithmetisches Mittel) von Dienstag bis **Samstag** beträgt 22°C .
Berechne die Temperatur am Samstag.

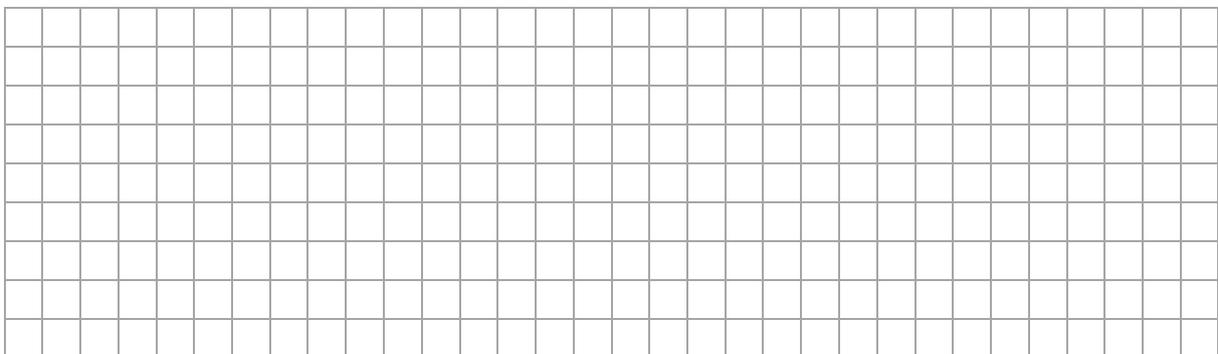


/2 Punkte

Aufgabe 6:

Löse die Gleichung nach x auf.

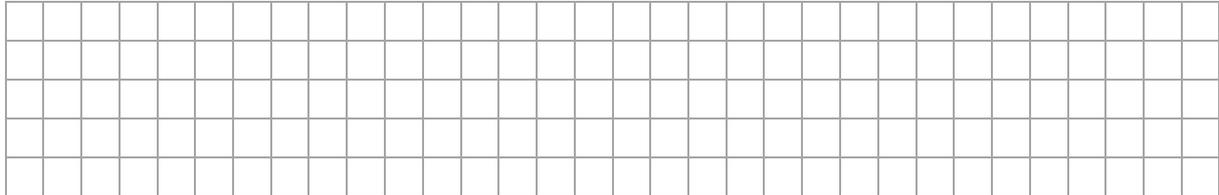
$$5 + 5 \cdot (x - 1) = 10$$



/2 Punkte

Aufgabe 7:

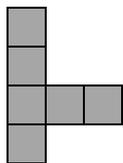
Bestimme den fehlenden Wert.



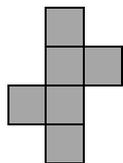
/1 Punkt

Aufgabe 8:

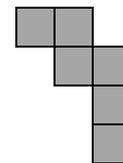
Eines der folgenden Netze ergibt einen Würfel. Kreuze das richtige an.



Netz 1



Netz 2



Netz 3

/1 Punkt

Aufgabe 9:

In der Tabelle werden die Kosten für einen Einkauf in einem Baumarkt berechnet.

	A	B	C	D
1	Artikel	Einzelpreis	Anzahl	Preis
2	Paket Laminat	25,00 €	20	500,00 €
3	Rolle Dämmung	9,00 €	3	27,00 €
4	Fußleiste	12,00 €	5	60,00 €
5				
6	Gesamtkosten			587,00 €

Bei Tabellenkalkulationsprogrammen werden zellenbezogene Formeln eingetragen, damit der Rechenweg auch noch bei Änderung der Zahlenwerte gültig ist.

Welche zellenbezogene Formel musste in D2 eingetippt werden?

=

/1 Punkt

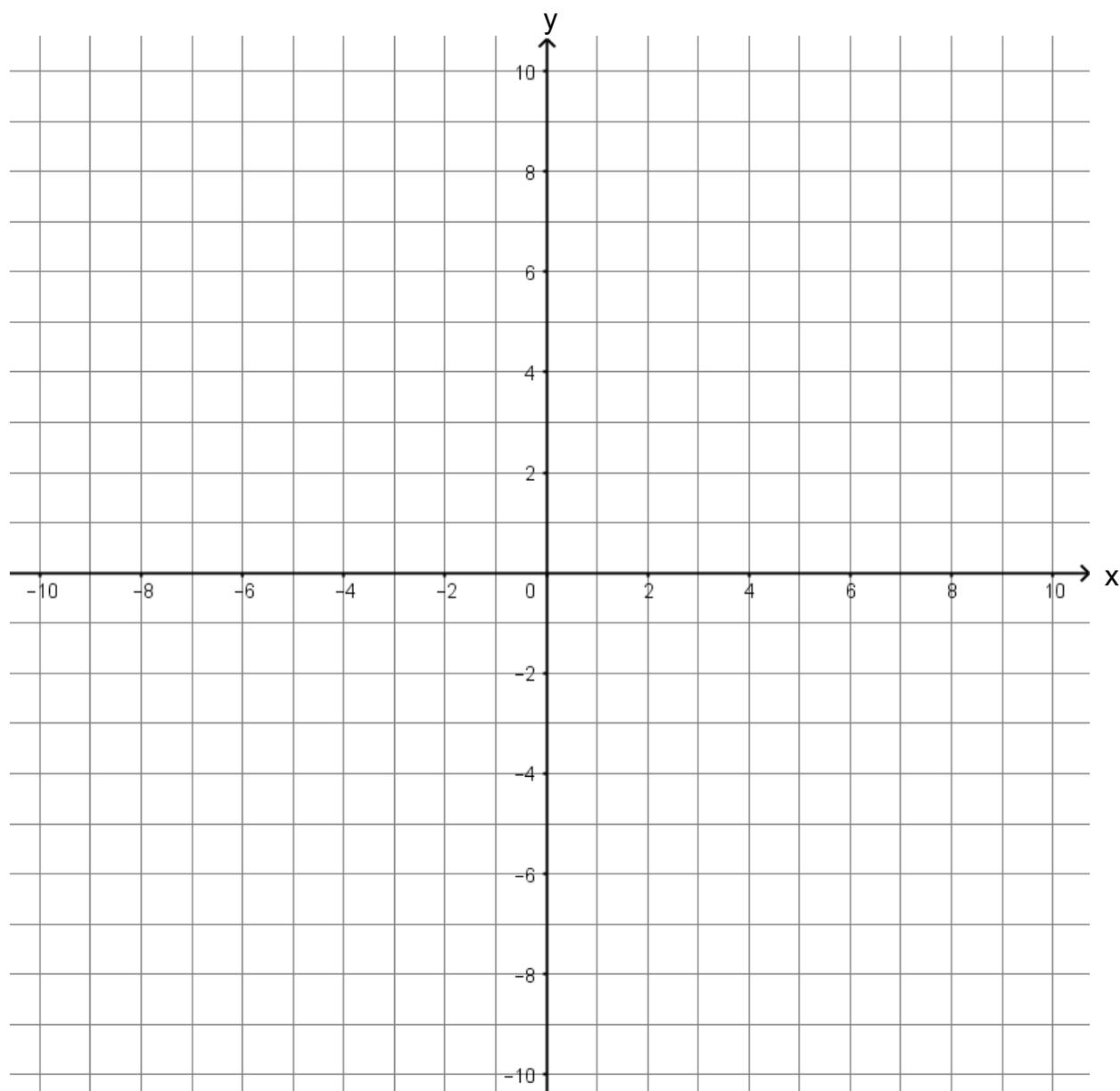
Welche zellenbezogene Formel musste in D6 eingetippt werden?

=

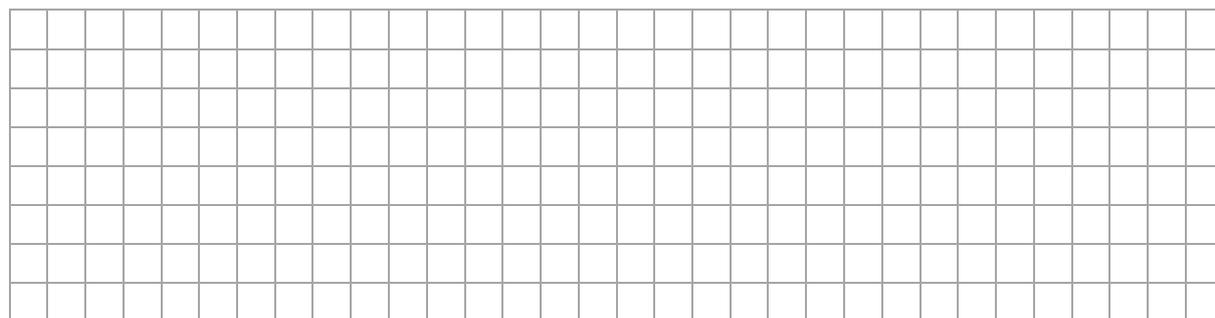
/1 Punkt

Aufgabe 10:

Zeichne den Graphen der Funktion $f(x) = \frac{3}{2} \cdot x - 3$ in das Koordinatensystem ein.



/2 Punkte



Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2021

Mathematik (A)

**Hinweise und Lösungen
– für Lehrkräfte –**

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es drei Wahlaufgaben aus den Bereichen Stochastik („Kaffee und Kuchen“), Geometrie („Müllbehälter“) und Exponentieller funktionaler Zusammenhang („Corona“), von denen zwei vorher ausgewählt werden müssen. Dies geschieht für alle Schüler:innen einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrkraft.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Die reguläre Bearbeitungszeit der Aufgaben beträgt 90 Minuten. Aufgrund der Corona-Einschränkungen wird allen Schüler:innen außerdem eine **zusätzliche Arbeitszeit von 30 Minuten** als kompensatorische Maßnahme gewährt (vgl. Mitteilung 42/2021 der SKB):

Für den **Teil 1** sind somit insgesamt **40 Minuten** vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der **Teil 2** umfasst eine Bearbeitungszeit von insgesamt **80 Minuten**. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schüler:innen erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schüler:innen müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet. Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Hinweise für Lehrkräfte einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Ergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Hinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.



Bei eventuellen Nachfragen steht Ihnen der folgende Kollege am Prüfungstag telefonisch zur Verfügung:

Teil 1							Punkte
1	a)	25% entsprechen einem Anteil von	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$	6
	b)	$15 \cdot 23 =$	353	350	355	345	
	c)	$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{60}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{17}$	
	d)	$4 \cdot x \cdot x \cdot x =$	x^7	$7x$	$4x^3$	$12x$	
	e)	$12,2 - 6,205 =$	5,75	5,95	5,995	6,05	
	f)	Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 40 cm. Dann beträgt sein Flächeninhalt	1 600 cm ²	160 cm ²	4 000 cm ²	400 cm ²	
2	512 000 g = 0,512 t 790 dm > 8000 mm 0,35 Liter > 35 cm ³					3	
3	Zeichnung der Raute Länge der Diagonalen f = 3,8 cm					2	
4	Der Abstand zwischen Bremen und Avignon beträgt 1080 km .					2	
5	Spannweite = 4 °C $5 \cdot 22 = 110$, $110 - 85 = 25$ also muss Samstag eine Temperatur von 25 °C herrschen.					1 2	
6	$x = 2$					2	
7	100% entsprechen 800 € .					1	
8	Netz 2 ergibt einen Würfel.					1	
9	= B2*C2 = D2 + D3 + D4 oder jeweils andere richtige Formeln					1 1	
10						2	
Teil 1 Gesamt							24

Teil 2		Punkte																											
1. Golfschlag		Gesamt 16																											
a)	<p>Für den Punkt des Aufpralls muss gelten: $f(125) = 0$ $f(125) = -0,004 \cdot 125^2 + 0,5 \cdot 125 = 0$ Oder Berechnung über die Nullstellen $0 = -0,004x^2 + 0,5x$ $0 = x^2 - 125x$ $0 = x \cdot (x - 125)$ $x_1 = 0; x_2 = 125$</p>	3																											
b)	<p>$10 = -0,004x^2 + 0,5x \quad - 10$ $0 = -0,004x^2 + 0,5x - 10 \quad \cdot (-250)$ $0 = x^2 - 125x + 2500$ Über pq-Formel, quadratische Ergänzung oder TR $x_1 = 25, x_2 = 100$ A: Nach 25 m erreicht der Golfball erstmals eine Höhe von 10 m.</p>	5																											
c)	<p>$f(62,5) = -0,004 \cdot 62,5^2 + 0,5 \cdot 62,5 = 15,625$ oder über Umformung in die Scheitelpunktform: $f(x) = -0,004 ((x - 125x + 3906,23) - 3906,23)$ $= -0,004 (x - 62,5)^2 + 15,625$ A: Die maximale Höhe beträgt ca. 15,63 m. (oder andere zum Ergebnis passende Angaben)</p>	5																											
d)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Die maximale Höhe des zweiten Balls</th> <th colspan="3">Der zweite Ball wird ... geschlagen.</th> <th colspan="3">Der Abschlag des zweiten Balls erfolgt ...</th> </tr> <tr> <th>ist geringer</th> <th>ist gleich hoch</th> <th>ist größer</th> <th>kürzer</th> <th>gleich weit</th> <th>weiter</th> <th>aus kleinerer Höhe</th> <th>aus gleicher Höhe</th> <th>von größerer Höhe</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td>✗</td> <td></td> <td></td> <td>✗</td> <td></td> <td></td> <td>✗</td> </tr> </tbody> </table>	Die maximale Höhe des zweiten Balls			Der zweite Ball wird ... geschlagen.			Der Abschlag des zweiten Balls erfolgt ...			ist geringer	ist gleich hoch	ist größer	kürzer	gleich weit	weiter	aus kleinerer Höhe	aus gleicher Höhe	von größerer Höhe			✗			✗			✗	3
Die maximale Höhe des zweiten Balls			Der zweite Ball wird ... geschlagen.			Der Abschlag des zweiten Balls erfolgt ...																							
ist geringer	ist gleich hoch	ist größer	kürzer	gleich weit	weiter	aus kleinerer Höhe	aus gleicher Höhe	von größerer Höhe																					
		✗			✗			✗																					
2. (Erste Wahlaufgabe) Kaffee und Kuchen		Gesamt 16																											
a)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Ereignis</th> <th colspan="3">Wahrscheinlichkeit</th> </tr> <tr> <th>als Bruch</th> <th>als Dezimalzahl</th> <th>als Prozentangabe</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>nur ein Stück Kuchen</td> <td>$\frac{5}{8}$</td> <td>0,625</td> <td>62,5 %</td> </tr> <tr> <td>nur eine Tasse Kaffee</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>0,25</td> <td>25%</td> </tr> <tr> <td>ein Stück Kuchen und eine Tasse Kaffee</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> <td>0,125</td> <td>12,5%</td> </tr> </tbody> </table> <p>5,6 richtige Einträge 3 P., 3,4 richtige Einträge 2 P., 1,2 richtige Einträge 1 P.</p>	Ereignis	Wahrscheinlichkeit			als Bruch	als Dezimalzahl	als Prozentangabe	nur ein Stück Kuchen	$\frac{5}{8}$	0,625	62,5 %	nur eine Tasse Kaffee	$\frac{1}{4}$	0,25	25%	ein Stück Kuchen und eine Tasse Kaffee	$\frac{1}{8}$	0,125	12,5%	3								
Ereignis	Wahrscheinlichkeit																												
	als Bruch	als Dezimalzahl	als Prozentangabe																										
nur ein Stück Kuchen	$\frac{5}{8}$	0,625	62,5 %																										
nur eine Tasse Kaffee	$\frac{1}{4}$	0,25	25%																										
ein Stück Kuchen und eine Tasse Kaffee	$\frac{1}{8}$	0,125	12,5%																										

		Behauptung	wahr	falsch	
b)		Es wird einmal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn <i>keine Tasse Kaffee</i> enthält, beträgt 70 %.		X	3
		Es wird zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit, <i>gar kein Stück Kuchen</i> zu gewinnen, beträgt 6,25 %.	X		
		Es wird fünfmal gedreht. Dabei wird <u>mindestens ein Stück Kuchen</u> gewonnen.		X	
c)	P (zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee) = $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$ ($\approx 0,015625 \approx 1,56 \%$)			3	
d)	Ku/Ka/KuK Ka/Ku/KuK KuK/Ku/Ka Ku/KuK/Ka Ka/KuK/Ku KuK/Ka/Ku 2 P. P (zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee) $= 6 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{30}{256}$ ($\approx 0,1172 \approx 11,72 \%$) 2 P.			4	
e)	Richtige Anteile gezeichnet: 2 P. Richtige Beschriftung: 1P. <div style="text-align: center;"> </div>			3	
3. (Zweite Wahlaufgabe) Müllbehälter				Gesamt	16
a)	$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot 17,5^2 \approx 962,1$ $A_{\text{Mantel}} = 2 \cdot \pi \cdot 17,5 \cdot 53 \approx 5827,7$ $A_{\text{Halbkugel}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 17,5^2}{2} \approx 1924,2$ $O = A_{\text{Kreis}} + A_{\text{Mantel}} + A_{\text{Halbkugel}} = 8714$ Die Oberfläche hat einen Flächeninhalt von 8714 cm ² .			6	
b)	$U = \pi \cdot 15 \approx 47,12$ $1200 : 47,12 \approx 25,5$ Das Rad dreht sich ca. 25,5-mal.			3	

c)	Berechnung Seitenwand: $G = \frac{7,5 + 0,8}{2} \cdot 25 = 103,75$ $V = G \cdot h = 103,75 \cdot 60 = \mathbf{6225}$ Das Volumen der Bordsteinrampe beträgt 6225 cm ³ . Alternative Ansätze (z.B. G berechnen mit Zerlegung) sind zulässig.	4
d)	$\tan \alpha = 6,7 : 25 = 0,268$ $\alpha \approx \mathbf{15^\circ}$ Alternative Ansätze (z.B. mit Pythagoras und dem Sinus) sind zulässig.	3
4. (Dritte Wahlaufgabe) Corona		Gesamt 16
a)	400 = Anfangswert = Zahl der bestätigten Infektionen am Tag 0 (5. März 2020) 1,255 = Wachstumsfaktor, d.h. pro Tag erhöht sich die Zahl bestätigter Infektionen um 25,5%.	2
b)	22. März entspricht Tag 17; $f(17) = 400 \cdot 1,255^{17} \approx \mathbf{19\ 011}$ Das Ergebnis liegt ca. 400 über dem Wert aus dem Diagramm. Mögliche Antworten zur Beurteilung der Übereinstimmung: <ul style="list-style-type: none"> • Das Ergebnis liegt nur geringfügig über dem aus dem Diagramm zu entnehmenden Wert. • Das Ergebnis und der Wert aus dem Diagramm stimmen recht gut überein. 	4
c)	Der 1. März entspricht $x = -4$; $f(-4) = 400 \cdot 1,255^{-4} \approx 161$ Nach der Modellierung wären es am 1. März ca. 161 Infektionen .	3
d)	Ansatz $100\ 000 = 400 \cdot 1,255^x \Leftrightarrow \log_{1,255}\left(\frac{100000}{400}\right) \approx 24,3$ oder probierende Verfahren. Nach 24,3 Tagen , also im Lauf des 29. März , wäre die Zahl 100 000 erreicht worden. (2 Punkte für 24,3 Tage, 1 Punkt für 29. März)	3
e)	Berechnung über Logarithmus: $1,255^x = 2 \Leftrightarrow \log_{1,255}(2) \approx \mathbf{3,05}$ Beispiel für ein probierendes Verfahren: $1,255^3 \approx 1,98$ und $1,255^{3,1} \approx 2,02$ Die Verdopplungszeit liegt zwischen 3,0 und 3,1 Tagen. Die Aussage ist also korrekt.	4
Teil 2 Gesamt		48
Gesamt		72

