Die Senatorin für
Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes Anforderungsniveau

2021

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: ____

Klasse: ____

Datum: 11.06.2021

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **40 Minuten**
(30 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 10 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)
Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **80 Minuten**
(60 Minuten reguläre Bearbeitungszeit + 20 Minuten zusätzliche Bearbeitungszeit)
Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschläge oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1 (Pflichtaufgabe): Golfschlag

Die Flugbahn eines Golfballs kann mit der Funktionsgleichung $\mathbf{f(x) = -0{,}004x^2 + 0{,}5x}$ beschrieben werden (siehe Abbildung).

Dabei beschreibt x die horizontale Entfernung vom Abschlagpunkt in m und f(x) die Höhe des Balls in m über dem Abschlagpunkt.

a) Zeige rechnerisch, dass der Ball nach 125 m auf dem Boden (Höhe 0) auftrifft.

/3 Punkte

b) Berechne, nach welcher Entfernung vom Abschlagpunkt der Golfball erstmals eine Höhe von 10 m erreicht.

/5 Punkte

c) Berechne die maximale Höhe des Balls.

/5 Punkte

d) Die Funktionsgleichung für die Flugbahn eines zweiten Balls lautet

$$\mathbf{g(x) = -\,0{,}004x^2 + 0{,}5x + 4}.$$

x beschreibt die horizontale Entfernung vom Abschlagpunkt in m und g(x) gibt die Höhe des zweiten Balls in m über dem Abschlagpunkt an.

Auch dieser Ball trifft in der Höhe 0 auf den Boden.

Kreuze an, wie sich die Flugbahn **im Vergleich zum ersten Ball** verändert.

Der Abschlag des zweiten Balls erfolgt …			Die maximale Höhe des zweiten Balls ist …			Der zweite Ball wird … geschlagen.		
aus kleinerer Höhe	aus gleicher Höhe	aus größerer Höhe	kleiner	gleich hoch	größer	kürzer	gleich weit	weiter

/3 Punkte

Aufgabe 2 (Erste Wahlaufgabe): Kaffee und Kuchen

Ein Café möchte für die hauseigenen Spezialitäten werben.

Jeder Gast zahlt 2 € Einsatz pro Drehung und gewinnt bei jeder Drehung, was das Glücksrad anzeigt:

- nur ein Stück Kuchen (grau),
- nur eine Tasse Kaffee (weiß),
- ein Stück Kuchen mit einer Tasse Kaffee (schwarz).

a) Es wird einmal gedreht.
Vervollständige die Tabelle.

Gewinn	**Wahrscheinlichkeit**		
	als Bruch	als Dezimalzahl	als Prozentangabe
nur ein Stück Kuchen	$\frac{5}{8}$		
nur eine Tasse Kaffee		0,25	
ein Stück Kuchen mit einer Tasse Kaffee	$\frac{1}{8}$		

/3 Punkte

b) Kreuze an.

Behauptung	wahr	falsch
Es wird einmal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn *keine Tasse Kaffee* enthält, beträgt 70 %.		
Es wird zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit, *gar kein Stück Kuchen* zu gewinnen, beträgt 6,25 %.		
Es wird fünfmal gedreht. Dabei wird <u>mindestens</u> *ein Stück Kuchen* gewonnen.		

/3 Punkte

c) Herr Sommer hat zweimal gedreht. Er hat zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee gewonnen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für diesen Gewinn.

/3 Punkte

d) Frau Sommer hat für 6 € Einsatz zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee gewonnen.

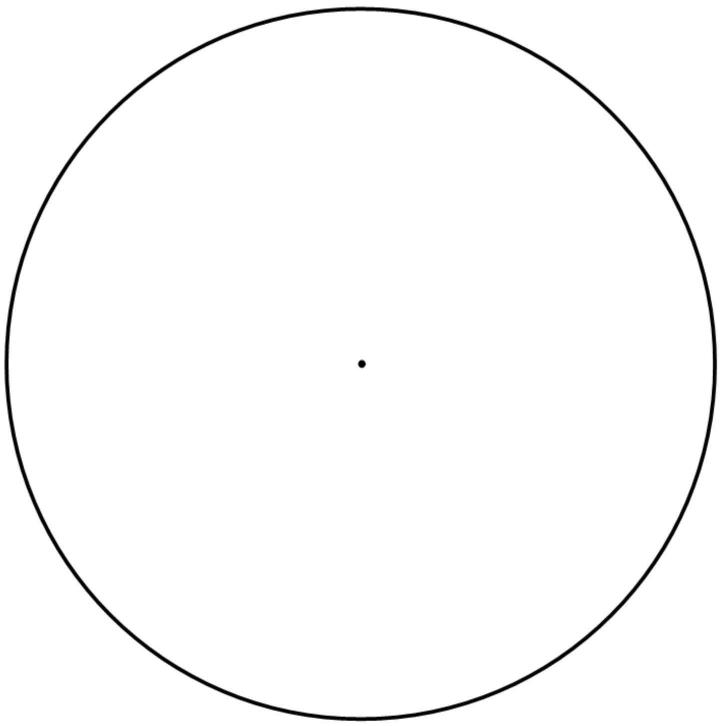
- Gib alle für diesen Gewinn möglichen Kombinationen an.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit für diesen Gewinn.

/4 Punkte

e) Teile das unten stehende Glücksrad so ein, dass die Wahrscheinlichkeiten folgendermaßen verteilt sind.

Nur ein Stück Kuchen:	25 %
Nur eine Tasse Kaffee:	65 %
Ein Stück Kuchen mit einer Tasse Kaffee:	10 %

Benutze dein Geodreieck, zeichne sauber und beschrifte die Zeichnung.



/3 Punkte

Aufgabe 3 (Zweite Wahlaufgabe): Müllbehälter

Hier ist ein Mülleimer für den Wohnbereich abgebildet. Er lässt sich geometrisch beschreiben als ein oben offener Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel. Die Maße stehen in der Abbildung.

a) Zur Abschätzung des Materialverbrauchs wird der Flächeninhalt der gesamten Oberfläche (von außen, inklusive der Deckelklappe) benötigt. Berechne diesen.

/6 Punkte

b) Der Müll wird in eine Mülltonne mit Rädern umgefüllt. Ein Rad hat einen Durchmesser von 15 cm.
Die Mülltonne wird 12 m weit an die Straße gezogen. Berechne die Anzahl der Umdrehungen eines Rades.

/3 Punkte

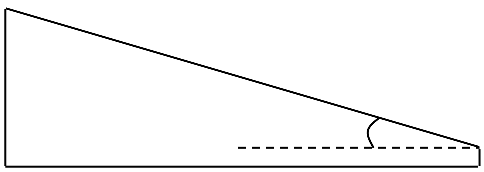
Um Mülltonnen hochzuziehen, kann man Bordsteinrampen benutzen.
Die Maße der Bordsteinrampe stehen in der Abbildung und der Skizze.

c) Berechne das Volumen der Bordsteinrampe.

/4 Punkte

d) Berechne den Winkel zum Erdboden, in dem man die Mülltonne auf der Bordsteinrampe hochzieht.

/3 Punkte



Aufgabe 4 (Dritte Wahlaufgabe): Corona

Das Diagramm stellt die Anzahl bestätigter Corona-Infektionen in Deutschland vom 5. März 2020 bis zum 24. März 2020[1] dar.

In diesem Zeitraum scheint die Anzahl der bestätigten Infektionen exponentiell zu wachsen.

Die Funktion f mit der Gleichung $\mathbf{f(x) = 400 \cdot 1{,}255^x}$ modelliert dieses exponentielle Wachstum bestmöglich. Dabei steht x für die Zeit in Tagen ab dem 5. März (Tag 0) und f(x) für die Anzahl der bestätigten Infektionen.

Bei allen folgenden Aufgabenteilen soll von dieser Modellierung ausgegangen werden.

a) Erläutere die Bedeutung der Zahlen 400 und 1,255 in der Funktionsgleichung im Sachkontext.

/2 Punkte

b) Berechne die Anzahl der Infektionen am 22. März mit Hilfe der Funktionsgleichung. Beurteile die Übereinstimmung mit der Angabe im Diagramm.

/4 Punkte

c) Berechne, wie viele Infektionen nach dieser Modellierung am 1. März zu verzeichnen waren.

/3 Punkte

d) Berechne, an welchem Tag (Datum) die Zahl von 100 000 Infektionen in Deutschland nach der Modellierung erreicht worden wäre.

/3 Punkte

e) Zeige durch Rechnung, dass die folgende Aussage zutrifft: „Nach der Modellierung verdoppelt sich die Zahl der Infektionen jeweils nach etwas mehr als drei Tagen."

/4 Punkte

[1] Quelle: https://www.rki.de/ (aufgerufen am 25.06.2020)

Die Senatorin für
Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Zentrale Abschlussprüfung
Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2021

Mathematik (A)

Hinweise und Lösungen
– für Lehrkräfte –

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es drei Wahlaufgaben aus den Bereichen Stochastik („Kaffee und Kuchen“), Geometrie („Müllbehälter“) und Exponentieller funktionaler Zusammenhang („Corona“), von denen zwei vorher ausgewählt werden müssen. Dies geschieht für alle Schüler:innen einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrkraft.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Die reguläre Bearbeitungszeit der Aufgaben beträgt 90 Minuten. Aufgrund der Corona-Einschränkungen wird allen Schüler:innen außerdem eine **zusätzliche Arbeitszeit von 30 Minuten** als kompensatorische Maßnahme gewährt (vgl. Mitteilung 42/2021 der SKB):

Für den **Teil 1** sind somit insgesamt **40 Minuten** vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der **Teil 2** umfasst eine Bearbeitungszeit von insgesamt **80 Minuten**. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schüler:innen erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schüler:innen müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet. Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.
Ungenaue Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

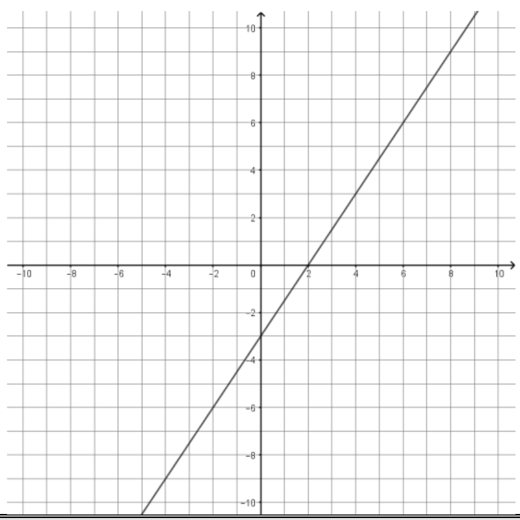
Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

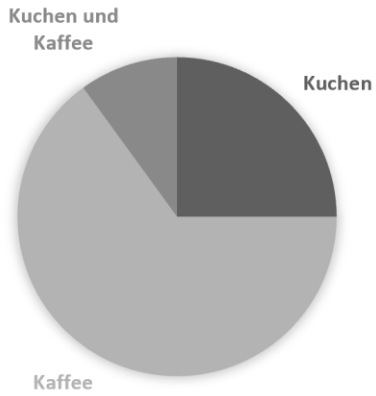
Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Hinweise für Lehrkräfte einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Ergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Hinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.

Bei eventuellen Nachfragen steht Ihnen der folgende Kollege am Prüfungstag telefonisch zur Verfügung:

Teil 1							Punkte
1	a)	25% entsprechen einem Anteil von	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$	6
	b)	$15 \cdot 23 =$	353	350	355	345	
	c)	$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{60}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{17}$	
	d)	$4 \cdot x \cdot x \cdot x =$	x^7	$7x$	$4x^3$	$12x$	
	e)	$12{,}2 - 6{,}205 =$	5,75	5,95	5,995	6,05	
	f)	Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 40 cm. Dann beträgt sein Flächeninhalt	1 600 cm²	160 cm²	4 000 cm²	400 cm²	
2		512 000 g **=** 0,512 t	790 dm **>** 8000 mm		0,35 Liter **>** 35 cm³		3
3		Zeichnung der Raute Länge der Diagonalen f = **3,8 cm**					2
4		Der Abstand zwischen Bremen und Avignon beträgt **1080 km**.					2
5		Spannweite = **4 °C** $5 \cdot 22 = 110$, $110 - 85 = 25$ also muss Samstag eine Temperatur von **25 °C** herrschen.					1 2
6		x = **2**					2
7		100% entsprechen **800 €**.					1
8		**Netz 2** ergibt einen Würfel.					1
9		= **B2*C2** = **D2 + D3 + D4** oder jeweils andere richtige Formeln					1 1
10							2
						Teil 1 Gesamt	**24**

<table>
<tr><th colspan="2">Teil 2</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><th colspan="2">1. Golfschlag Gesamt</th><th>16</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Für den Punkt des Aufpralls muss gelten: $f(125) = 0$
$f(125) = -0{,}004 \cdot 125^2 + 0{,}5 \cdot 125 = 0$
Oder Berechnung über die Nullstellen
$0 = -0{,}004x^2 + 0{,}5x$
$0 = x^2 - 125x$
$0 = x \cdot (x - 125)$
$x_1 = 0; \quad x_2 = 125$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$10 = -0{,}004x^2 + 0{,}5x \quad | -10$
$0 = -0{,}004x^2 + 0{,}5x - 10 \quad | \cdot (-250)$
$0 = x^2 - 125x + 2500$
Über pq-Formel, quadratische Ergänzung oder TR $x_1 = \mathbf{25}$, $x_2 = 100$
A: Nach 25 m erreicht der Golfball erstmals eine Höhe von 10 m.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$f(62{,}5) = -0{,}004 \cdot 62{,}5^2 + 0{,}5 \cdot 62{,}5 = \mathbf{15{,}625}$
oder über Umformung in die Scheitelpunktform:
$f(x) = -0{,}004\,((x - 125x + 3906{,}23) - 3906{,}23))$
$\quad = -0{,}004\,(x - 62{,}5)^2 + 15{,}625$
A: Die maximale Höhe beträgt ca. 15,63 m. (oder andere zum Ergebnis passende Angaben)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>d)</td><td><table>
<tr><th colspan="3">Die maximale Höhe des zweiten Balls</th><th colspan="3">Der zweite Ball wird … geschlagen.</th><th colspan="3">Der Abschlag des zweiten Balls erfolgt …</th></tr>
<tr><td>ist geringer</td><td>ist gleich hoch</td><td>ist größer</td><td>kürzer</td><td>gleich weit</td><td>weiter</td><td>aus kleinerer Höhe</td><td>aus gleicher Höhe</td><td>von größerer Höhe</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
</table></td><td>3</td></tr>
<tr><th colspan="2">2. (Erste Wahlaufgabe) Kaffee und Kuchen Gesamt</th><th>16</th></tr>
<tr><td>a)</td><td><table>
<tr><th rowspan="2">Ereignis</th><th colspan="3">Wahrscheinlichkeit</th></tr>
<tr><td>als Bruch</td><td>als Dezimalzahl</td><td>als Prozentangabe</td></tr>
<tr><td>nur ein Stück Kuchen</td><td>$\frac{5}{8}$</td><td>0,625</td><td>62,5 %</td></tr>
<tr><td>nur eine Tasse Kaffee</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>0,25</td><td>25%</td></tr>
<tr><td>ein Stück Kuchen und eine Tasse Kaffee</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>0,125</td><td>12,5 %</td></tr>
</table>
5,6 richtige Einträge 3 P., 3,4 richtige Einträge 2 P., 1,2 richtige Einträge 1 P.</td><td>3</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><th>Behauptung</th><th>wahr</th><th>falsch</th></tr>
<tr><td>Es wird einmal gedreht.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn keine Tasse Kaffee enthält, beträgt 70 %.</td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td>Es wird zweimal gedreht.
Die Wahrscheinlichkeit, gar kein Stück Kuchen zu gewinnen, beträgt 6,25 %.</td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>Es wird fünfmal gedreht.
Dabei wird <u>mindestens</u> ein Stück Kuchen gewonnen.</td><td></td><td>X</td></tr>
</table>
</td><td>3</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>P (zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee) = $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{64}}$ (≈ 0,015625 ≈ 1,56 %)</td><td>3</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Ku/Ka/KuK Ka/Ku/KuK KuK/Ku/Ka
Ku/KuK/Ka Ka/KuK/Ku KuK/Ka/Ku 2 P.
P (zwei Stücke Kuchen und zwei Tassen Kaffee)
$= 6 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\mathbf{30}}{\mathbf{256}}$ (≈ 0,1172 ≈ 11,72 %) 2 P.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Richtige Anteile gezeichnet: 2 P.
Richtige Beschriftung: 1P.

</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. (Zweite Wahlaufgabe) Müllbehälter Gesamt</td><td>16</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>$A_{Kreis} = \pi \cdot 17{,}5^2 \approx 962{,}1$ $A_{Mantel} = 2 \cdot \pi \cdot 17{,}5 \cdot 53 \approx 5827{,}7$
$A_{Halbkugel} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 17{,}5^2}{2} \approx 1924{,}2$ $O = A_{Kreis} + A_{Mantel} + A_{Halbkugel} = \mathbf{8714}$
Die Oberfläche hat einen Flächeninhalt von 8714 cm².</td><td>6</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$U = \pi \cdot 15 \approx 47{,}12$
1200 : 47,12 ≈ 25,5
Das Rad dreht sich ca. 25,5-mal.</td><td>3</td></tr>
</table>

c)	Berechnung Seitenwand: G = $\frac{7{,}5+0{,}8}{2}\cdot 25$ = 103,75 V = G · h = 103,75 · 60 = **6225** Das Volumen der Bordsteinrampe beträgt 6225 cm³. Alternative Ansätze (z.B. G berechnen mit Zerlegung) sind zulässig.	**4**
d)	tan α = 6,7 : 25 = 0,268 $\alpha \approx$ **15°** Alternative Ansätze (z.B. mit Pythagoras und dem Sinus) sind zulässig.	**3**
4. (Dritte Wahlaufgabe) Corona	**Gesamt**	**16**
a)	**400** = Anfangswert = **Zahl der bestätigten Infektionen am Tag 0 (5. März 2020)** **1,255** = Wachstumsfaktor, d.h. **pro Tag erhöht sich die Zahl bestätigter Infektionen um 25,5%**.	**2**
b)	22. März entspricht Tag 17; f(17) = 400 · $1{,}255^{17} \approx$ **19 011** Das Ergebnis liegt ca. 400 über dem Wert aus dem Diagramm. Mögliche Antworten zur Beurteilung der Übereinstimmung: • Das Ergebnis liegt nur geringfügig über dem aus dem Diagramm zu entnehmenden Wert. • Das Ergebnis und der Wert aus dem Diagramm stimmen recht gut überein.	**4**
c)	Der 1. März entspricht x = -4; f(-4) = 400 · $1{,}255^{-4} \approx$ 161 Nach der Modellierung wären es am 1. März **ca. 161 Infektionen**.	**3**
d)	Ansatz 100 000 = 400 · $1{,}255^x \Leftrightarrow \log_{1{,}255}\left(\frac{100000}{400}\right) \approx 24{,}3$ oder probierende Verfahren. Nach **24,3 Tagen**, also im Lauf des **29. März**, wäre die Zahl 100 000 erreicht worden. (2 Punkte für 24,3 Tage, 1 Punkt für 29. März)	**3**
e)	Berechnung über Logarithmus: $1{,}255^x = 2 \Leftrightarrow \log_{1{,}255}(2) \approx$ **3,05** Beispiel für ein probierendes Verfahren: **$1{,}255^3$** $\approx$ **1,98** und **$1{,}255^{3,1}$** $\approx$ **2,02** Die **Verdopplungszeit liegt zwischen 3,0 und 3,1 Tagen. Die Aussage ist also korrekt.**	**4**
	Teil 2 Gesamt	**48**
	Gesamt	**72**