

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2017

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: _____

Klasse: _____

Datum: 12.05.2017

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**

Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

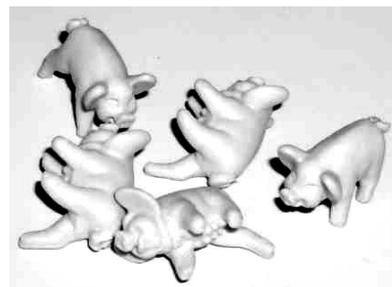
Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1: Schweine würfeln

Bei dem Spiel "Schweineri" werden Schweine statt eines Würfels geworfen. Dabei ist es wichtig, in welcher Lage ein Schwein liegen bleibt.

Für die Lage gibt es vier mögliche Ergebnisse:



<i>Schnauze</i>	<i>Stehend</i>	<i>Rücken</i>	<i>Seite</i>
			

Ein Schwein wurde 40 mal geworfen. Die Häufigkeiten der Ergebnisse findest du in der Tabelle:

Lage	<i>Schnauze</i>	<i>Stehend</i>	<i>Rücken</i>	<i>Seite</i>
Absolute Häufigkeit	2	4	10	24
Relative Häufigkeit				60%

- a) Berechne die fehlenden relativen Häufigkeiten und notiere sie in der Tabelle.

/3 Punkte

Der Hersteller gibt folgende Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse an:

Lage	<i>Schnauze</i>	<i>Stehend</i>	<i>Rücken</i>	<i>Seite</i>
Wahrscheinlichkeit	3,6%	6,4%	25,6%	64,4%

- b) Erläutere, warum die relativen Häufigkeiten aus a) nicht exakt mit den Wahrscheinlichkeiten übereinstimmen.

/3 Punkte

- c) Ein Schwein wird **dreimal** geworfen. Berechne mit Hilfe der Herstellerangaben die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass es jedes Mal auf dem Rücken liegen bleibt.

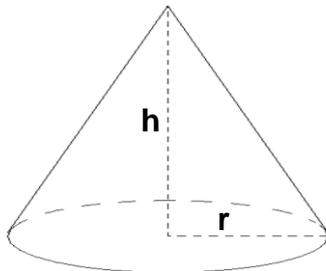
/5 Punkte

- d) Ein Schwein wird nun **zweimal** geworfen. Berechne mit Hilfe der Herstellerangaben die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass es beide Male in der gleichen Lage liegen bleibt.

/5 Punkte

Aufgabe 2: Kieskegel

Wird Kies in großen Mengen in Firmen angeliefert, so wird dieser in Lagerhallen aufgeschüttet. Dabei entsteht eine Kegelform.



Der Kegel hat bei Firma A folgende Maße:

Radius $r = 6,25$ m,

Höhe $h = 10,25$ m.

- a) Berechne das Volumen des Kegels.

/3 Punkte

- b) Über Nacht muss zum Schutz eine Plane über den Kegel gespannt werden. Berechne, wie viel m^2 Plane man mindestens braucht (Mantelfläche).

/3 Punkte

- c) Ein Nachtwächter geht unmittelbar am Kegelrand um den Kegel herum und zählt dabei seine Schritte. Er braucht dafür 48 Schritte. Berechne seine durchschnittliche Schrittlänge.

/4 Punkte

- d) Am nächsten Tag wird ein weiterer Kieskegel aufgeschüttet. Dieser hat ein Volumen von $520 m^3$ und eine Höhe von $12,4$ m.

Berechne den Radius der Grundfläche des Kegels.

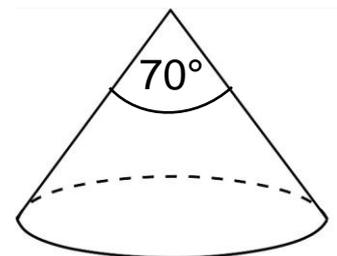
/3 Punkte

- e) Ein kleiner Käfer versucht auf kürzestem Weg einen anderen Kegel hinaufzukrabbeln.

Der Kegel hat an der Spitze einen **Öffnungswinkel** von 70° .

Der Käfer schafft einen **Steigungswinkel** von 57° .

Überprüfe mit Hilfe einer Rechnung, ob der Käfer auf dem kürzesten Weg den Kegel hinaufkrabbeln kann.



/3 Punkte

Aufgabe 3 (Erste Wahlaufgabe): Luftdruck

Am Boden beträgt der Luftdruck je nach Wetterlage zwischen 950 und 1 050 hPa.

Über dem Boden nimmt dieser Luftdruck **pro 100 Meter Höhe** um 1,3 % ab.

- a) Am Boden (Höhe 0 m) beträgt der Luftdruck heute 1013 hPa.

Berechne den Luftdruck in verschiedenen Höhen. Fülle dazu die Tabelle komplett aus.

Höhe	am Boden	100 m	200 m	300 m	650 m
Luftdruck	1013 hPa				



Abnahme um 1,3%

/4 Punkte

- b) Am Boden (Höhe 0 m) beträgt der Luftdruck 1013 hPa.

Kreuze an, welche der Funktionsterme den Luftdruck (in hPa) in der Höhe x (in 100 m) angeben. (Es können mehrere Möglichkeiten richtig sein.)

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot 0,987 \cdot x$ | <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot 0,987^x$ |
| <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot 0,013^x$ | <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot (1 - 0,013)^x$ |
| <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot 1,3^x$ | <input type="checkbox"/> $f(x) = 1013 \cdot (1 - 0,013 \cdot x)$ |

/2 Punkte

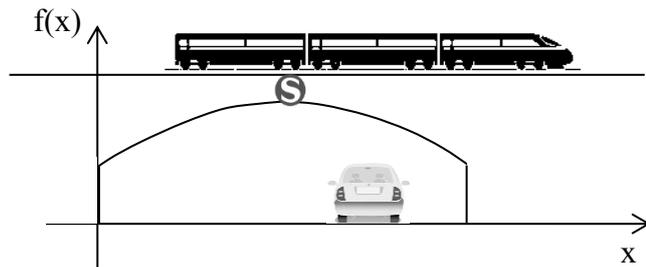
- c) In einer Höhe von 600 m werden 942 hPa gemessen. Berechne den Luftdruck zum gleichen Zeitpunkt am Boden (in der Höhe 0 m).

/5 Punkte

- d) Außen an einem fliegenden Flugzeug werden 737,5 hPa gemessen. Am Boden (Höhe 0 m) beträgt der Luftdruck zeitgleich 990 hPa.

Bestimme die momentane Höhe des Flugzeugs (auf 10 m genau).

/5 Punkte

Aufgabe 3 (Zweite Wahlaufgabe): Unterführung

Die Deckenlinie einer Eisenbahnunterführung ist näherungsweise parabelförmig.

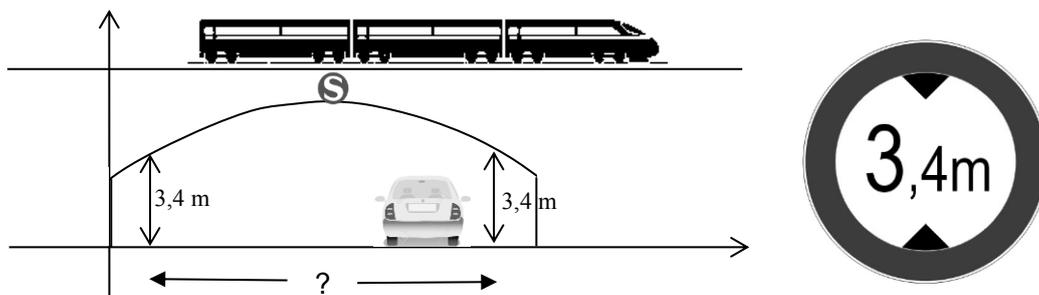
Die zugehörige Funktionsgleichung lautet

$$f(x) = -0,05x^2 + 0,525x + 2,8$$

(x und f(x) in Metern)

Die y-Achse bildet die linke gerade Seitenwand.

- Begründe mit Hilfe der Funktionsgleichung, dass die linke Seitenwand 2,8 m hoch ist. /1 Punkt
- Berechne die Höhe der Unterführung an der Stelle $x = 2,5$ m. /3 Punkte
- Die rechte gerade Seitenwand ist ebenfalls 2,8 m hoch. Berechne, wie breit demnach die Unterführung ist. /4 Punkte
- Das Schild **S** befindet sich über der höchsten Stelle der Unterführung. Berechne die höchste Stelle über der Straße. /3 Punkte
- In der Unterführung sind Fahrzeuge bis zu 3,4 m Höhe zugelassen. Deswegen wird in der Unterführung eine Fahrbahn markiert, auf der mindestens eine Höhe von 3,4 m gewährleistet ist. Berechne die Breite der Fahrbahn. /5 Punkte



Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2017

Mathematik (A)

Hinweise und Lösungen

(nicht Bestandteil der Prüfungsunterlagen für Schülerinnen und Schüler)

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

Es gibt zwei Wahlaufgaben aus dem Bereich Funktionale Zusammenhänge („Unterführung“ und „Luftdruck“), von denen eine vorher ausgewählt werden muss. Dies geschieht für alle Schülerinnen und Schüler einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrerin oder durch den Fachlehrer.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Für den Teil 1 sind 30 Minuten vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der Teil 2 umfasst eine Bearbeitungszeit von maximal 60 Minuten. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schülerinnen und Schüler müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet.

Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

Teil 1		Punkte
1	a) $6 \cdot 59 = 354$	5
	b) $297 : 30 = 9,9$	
	c) $8 + 2 \cdot 9,8 = 27,6$	
	d) $5,49 + 4,55 + 7,58 - 1,52 = 16,1$	
	e) $49,47 : 9,7 = 5,1$	
2	Summe aller Kantenlängen 60 cm Volumen 125 cm³ Oberflächeninhalt 150 cm²	3
3	Diagonalen halbieren sich gegenseitig und stehen senkrecht aufeinander. Punkte je nach Vollständig- und Richtigkeit.	2
4	$x_1 = 6$ und $x_2 = -4$	2
5	27 Kästchen (z.B. 3 Zeilen)	1
6	z.B.: $450 : 15 = 30 \rightarrow 30 \cdot 5 = 150$ Frau B erhält 150 €. (Herr A erhält 300 €.) oder andere Lösungswege	2
7	a) $(8+10+14+13+7+14) : 6 = 66 : 6 = 11$. Der Durchschnitt beträgt 11.	2
	b) $14 - 7 = 7$. Die Spannweite beträgt 7.	1
	c) Der Mittelwert würde auch um einen Punkt steigen.	1
8	$70 : 2 = 35$ $35 : 2 = 17,5 \rightarrow 15 \text{ cm und } 20 \text{ cm}$ oder $x+x+5 = 35 \rightarrow x = 15 \rightarrow 15 \text{ cm und } 20 \text{ cm}$ oder andere Lösungswege	3
9	= B4 * C4	1
	= D6 * 0,2 oder jeweils andere richtige Formeln	1
Teil 1 Gesamt		24

Teil 2					Punkte													
1. Schweine würfeln					Gesamt 16													
a)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Lage</th> <th>Schnauze</th> <th>Stehend</th> <th>Rücken</th> <th>Seite</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Absolute Häufigkeit</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>Relative Häufigkeit</td> <td>5%</td> <td>10%</td> <td>25%</td> <td>60%</td> </tr> </tbody> </table>	Lage	Schnauze	Stehend	Rücken	Seite	Absolute Häufigkeit	2	4	10	24	Relative Häufigkeit	5%	10%	25%	60%		3
Lage	Schnauze	Stehend	Rücken	Seite														
Absolute Häufigkeit	2	4	10	24														
Relative Häufigkeit	5%	10%	25%	60%														
b)	Erläuterung, welche den Aspekt der größeren Anzahl der Versuchsdurchführung berücksichtigt.				3													
c)	P ("dreimal Rücken") = 25,6% · 25,6% · 25,6% = 1,68%				5													
d)	P ("beide Male gleich") = P ("2 x Schnauze") + P ("2 x Stehend") + P ("2 x Rücken") + P ("2 x Seite") = (3,6%) ² + (6,4%) ² + (25,6%) ² + (64,4%) ² = 48,57%				5													
2. Kieskegel					Gesamt 16													
a)	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,25^2 \cdot 10,25 \approx 419,288$ Damit beträgt das Volumen ca. 419 m³ .				3													
b)	$s^2 = 6,25^2 + 10,25^2 = 144,125; \quad s \approx 12$ $\pi \cdot 6,25 \cdot 12 \approx 235,62$ Damit benötigt man mindestens ca. 235,6 m² .				3													
c)	$U = 2 \cdot \pi \cdot 6,25 \approx 39,27$ $39,27:48 \approx 0,82$. Damit beträgt die durchschnittliche Schrittlänge ca. 0,82 m .				4													
d)	$r^2 = 3 \cdot 520 : \pi : 12,4 \approx 40,05$ $r \approx$ 6,33 cm				3													
e)	$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ; \quad 110^\circ : 2 = 55^\circ$ Damit hat der Kegel einen Steigungswinkel von 55° und der Käfer kann hinaufkrabbeln .				3													

3. Luftdruck (Erste Wahlaufgabe)							Gesamt	16
a)	Höhe	am Boden	100 m	200 m	300 m	650 m	4	
	Luftdruck	1 013 hPa	999,8 hPa	986,8 hPa	974,0 hPa	930,4 hPa		
b)	Richtig sind $f(x) = 1013 \cdot 0,987^x$ $f(x) = 1013 \cdot (1 - 0,013)^x$ Zwei richtige Kreuze: 2 Punkte Ein richtiges Kreuz: 1 Punkt Zwei richtige Kreuze und ein falsches Kreuz: 1 Punkt Alle anderen Lösungsversuche: 0 Punkte						2	
c)	$942 = a \cdot 0,987^6$ Auflösen der Gleichung ergibt $a \approx 1019$. Am Boden herrscht dann ein Luftdruck von ca. 1019 hPa .						5	
d)	Das Flugzeug befindet sich in einer Höhe von ca. 2250 m . Verfahren des dokumentierten Probierens bzw. „Weiterrechnens“ sind zugelassen. Oder: $990 \cdot 0,987^x = 737,5 \Leftrightarrow x \cdot \log 0,987 = \log(0,745) \Leftrightarrow x \approx 22,5$						5	
3. Unterführung (Zweite Wahlaufgabe)							Gesamt	16
a)	Der y-Achsenabschnitt in der Funktionsgleichung ist 2,8, also muss die Parabel die y-Achse bei 2,8 treffen. Damit ist die linke Wand 2,8 m hoch. (o.ä. Begründung)						1	
b)	$f(2,5) = 3,8$ Die Unterführung ist an dieser Stelle 3,8 m hoch .						3	
c)	$2,8 = -0,05x^2 + 0,525x + 2,8$ Umwandlung ergibt $x(-0,05x + 0,525) = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = 10,5$ Die Unterführung ist 10,5 m breit .						4	
d)	Aus Symmetriegründen x_{\max} bei 5,25 $f(5,25) \approx 4,18$ Die höchste Stelle über der Straße ist ca. 4,18 m hoch .						3	
e)	$3,4 = -0,05x^2 + 0,525x + 2,8$ Umwandlung ergibt $x_1 \approx 9,19$ $x_2 \approx 1,31$ $9,19 - 1,31 = 7,88$ Die Fahrbahn in der Unterführung ist ca. 7,88 m breit .						5	
Teil 2 Gesamt							48	
Gesamt							72	