Die Senatorin für
Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes Anforderungsniveau

2018

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: ______________________________________

Klasse: ______________________________________

Datum: 14.05.2018

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**
Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**
Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschläge oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1: Lotto

Beim Lotto befinden sich von 1 bis 49 nummerierte Kugeln in einem Behälter.
Die Kugeln werden gut durchmischt. Danach werden maschinell zufällig einzelne Kugeln gezogen.

a) Es wird eine Kugel gezogen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Kugel mit der Nummer "13" gezogen wurde.

/ 2 Punkte

Die gezogene Kugel wird wieder zurückgelegt.

b) Es wird wieder eine Kugel gezogen.
Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass mindestens einmal die **Ziffer** 1 auf dieser Kugel steht (unabhängig davon, welche weiteren Ziffern auf der Kugel stehen).

/ 5 Punkte

Die gezogene Kugel wird wieder zurückgelegt.

Jetzt werden **drei** Kugeln nacheinander gezogen und die gezogenen Kugeln werden <u>nicht</u> wieder zurückgelegt.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass folgende Kugeln in dieser Reihenfolge gezogen wurden: "3" - "4" - "5"

/ 4 Punkte

Die drei Kugeln werden zurückgelegt.

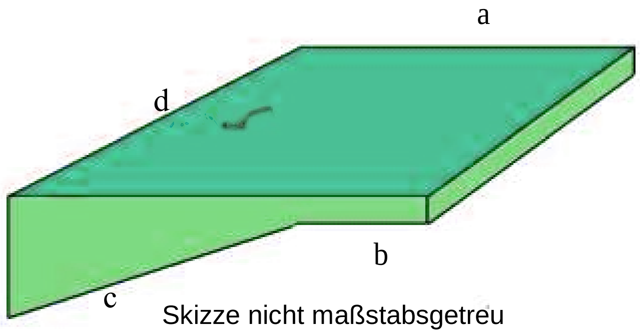
Nun werden **zwei** Kugeln gezogen und <u>nicht</u> wieder zurückgelegt.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass folgendes Ereignis <u>nicht</u> eintritt:
Erst wird die Kugel mit der Nummer "1" und danach die mit der Nummer "2" gezogen.

/ 5 Punkte

Aufgabe 2: Swimmingpool

Ein Swimmingpool besteht aus einem einheitlich 0,90 m tiefen Nichtschwimmerbereich und dem gleichmäßig tiefer werdenden Schwimmerbereich mit einer Maximaltiefe von 2,50 m. Die Breite a des Swimmingpools beträgt 10,50 m, die Breite b des Nichtschwimmerbereichs beträgt 3,50 m und die Länge d beträgt 25 m.



Skizze nicht maßstabsgetreu

a) Zeige durch Rechnung, dass der Flächeninhalt des Querschnitts 15,05 m^2 beträgt.

/ 4 Punkte

b) Berechne die Länge der Schrägen c.

/ 3 Punkte

c) Der Swimmingpool ist bis 5 cm unterhalb der Oberkante des Beckenrandes gefüllt. Berechne die Wassermenge, die sich im Swimmingpool befindet. Gib das Ergebnis in m^3 und Liter an.

/ 3 Punkte

d) Dem Wasser muss regelmäßig ein Mittel zur Bekämpfung von Algen zugesetzt werden. Pro Woche werden für je 10 m^3 Wasser 80 ml des Mittels benötigt. Berechne, wie viele volle Wochen ein 10-Liter-Kanister des Mittels reichen würde. (*Falls du bei c keine Lösung hast, rechne mit einer Wassermenge von 373,5 m^3*).

/ 3 Punkte

e) Im Frühjahr wird der Pool gereinigt und es wird neues Wasser eingefüllt. Eine Pumpe, mit der das Becken in 24 Stunden gefüllt werden kann, wird gestartet. Nach 12 Stunden wird eine zweite, gleich starke Pumpe zugeschaltet.
Bestimme nachvollziehbar, wie lange die beiden Pumpen danach noch gemeinsam arbeiten, bis das Becken voll ist.

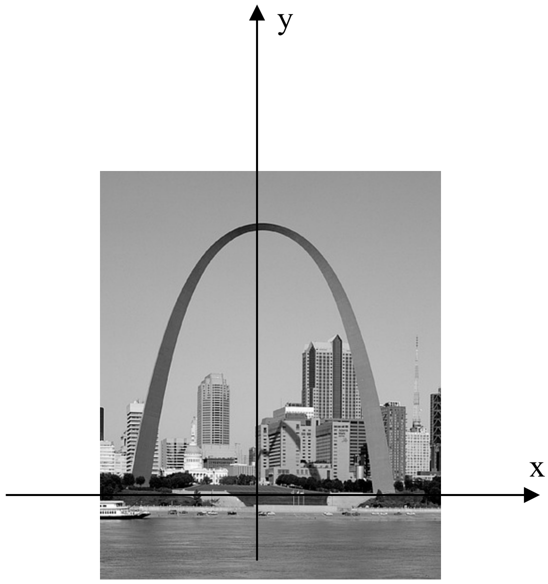
/ 3 Punkte

Aufgabe 3 (Erste Wahlaufgabe): Gateway Arch

Der *Gateway Arch* in St. Louis ist Teil einer Gedenkstätte und von innen begehbar.
Die Frontansicht besteht aus einer äußeren und einer inneren Parabel. Die äußere Parabel f und die innere Parabel g können durch folgende Gleichungen modelliert werden:

$f(x) = -\frac{2}{315}x^2 + 630$ $\qquad$ $g(x) = -0{,}009x^2 + 613$,

wobei alle Werte in ft (Fuß) gemessen sind.
Die x-Achse entspricht dabei dem Erdboden.



© skeeze / pixabay

a) Gib an, wie hoch die Besucher der Aussichtsplattform im höchsten Punkt (der inneren Parabel) stehen.

/ 1 Punkt

b) Ein Tourist steht auf dem Erdboden unter dem *Gateway Arch*. Er steht 130 ft rechts von der Mitte. Berechne, in welcher Höhe er den *Gateway Arch* über sich sieht.

/ 3 Punkte

c) Bei einer Flugshow soll ein Flugzeug mit einer Flügelspannweite (Breite insgesamt) von 120 ft durch den *Gateway Arch* fliegen. Als Sicherheitsabstand zum *Gateway Arch* sollen 100 ft zu beiden Seiten berücksichtigt werden. Berechne, wie hoch das Flugzeug über dem Boden fliegen darf.

/ 4 Punkte

d) Für eine andere Show wird in einer Höhe von 100 ft ein Seil zwischen den beiden „Beinen" des *Gateway Arch* fest gespannt. Berechne die Länge des Seils.

/ 3 Punkte

e) Berechne, wie breit der *Gateway Arch* auf der rechten Seite am Boden ist.

/ 5 Punkte

Aufgabe 3 (Zweite Wahlaufgabe): Keime in Milch

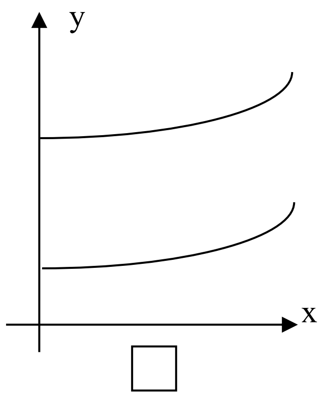
Bei guter Hygiene enthält Milch beim Melken 1000 bis 20000 Keime pro ml.
Bei einer Temperatur von 16°C vermehren sich die Keime um 28% pro Stunde, bei 4°C hingegen nur um 1,6% pro Stunde.

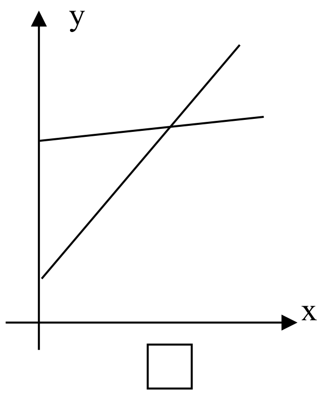
Die Milch von Hof A hat nach dem Melken 15000 Keime pro ml und wird sofort auf 4°C gekühlt. Die Milch von Hof B hat nach dem Melken 4000 Keime pro ml und verbleibt durch einen Defekt der Kühlanlage bei 16°C.

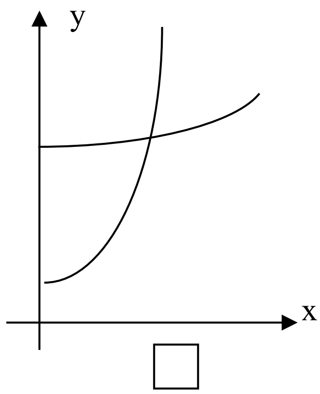
a) Berechne jeweils die Keimbelastung der Milch beider Höfe 3 Stunden nach dem Melken.

/ 4 Punkte

b) Welches Schaubild zeigt die Graphen der beiden Wachstumsvorgänge. Kreuze an:







/ 1 Punkt

c) Ab 1 Million Keimen pro ml gilt die Milch als schlecht. Ermittle, nach welchem Zeitraum ab dem Melken die Milch von Hof B schlecht ist.

/ 4 Punkte

Durch kurzes Erhitzen (Pasteurisieren) werden nach dem Melken die meisten Keime abgetötet und die Milch wird sofort <u>auf 4°C</u> gekühlt. Sechs Stunden später sind 825 Keime pro ml in der Milch enthalten.

d) Berechne, wie viele Keime pro ml direkt nach dem Pasteurisieren in der Milch waren.

/ 3 Punkte

e) Im Labor wird Milch getestet. Zu Beginn liegen 40000 Keime pro ml in der Milch vor. Nach sieben Stunden liegen 70350 Keime pro ml vor.
Berechne, um wie viel Prozent sich die Keime pro Stunde vermehren.

/ 4 Punkte

Die Senatorin für Kinder und Bildung

Freie Hansestadt Bremen

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes Anforderungsniveau

2018

Mathematik (A)

Hinweise und Lösungen

(nicht Bestandteil der Prüfungsunterlagen für Schülerinnen und Schüler)

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es zwei Wahlaufgaben aus dem Bereich Funktionale Zusammenhänge („Gateway Arch“ und „Keime in Milch“), von denen eine vorher ausgewählt werden muss. Dies geschieht für alle Schülerinnen und Schüler einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrerin oder durch den Fachlehrer.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Für den Teil 1 sind 30 Minuten vorgesehen. Es werden Geodreieck, Bleistift und Zirkel benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der Teil 2 umfasst eine Bearbeitungszeit von maximal 60 Minuten. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schülerinnen und Schüler müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet.
Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.
Ungenaue Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

Teil 1		
1	<table><tr><td>a)</td><td>0,216 · 20 =</td><td>432</td><td>43,2</td><td>4,32</td><td>0,43</td></tr><tr><td>b)</td><td>2,82 : 3 =</td><td>1,7</td><td>7,26</td><td>0,23</td><td>0,94</td></tr><tr><td>c)</td><td>$\frac{1}{8}\ l$ =</td><td>1,8 dm³</td><td>125 dm³</td><td>0,25 dm³</td><td>0,125 dm³</td></tr><tr><td>d)</td><td>15 m² =</td><td>0,15 cm²</td><td>150 cm²</td><td>1500 cm²</td><td>150.000 cm²</td></tr><tr><td>e)</td><td>$\frac{4}{5}$ =</td><td>80 %</td><td>60 %</td><td>45 %</td><td>40 %</td></tr><tr><td>f)</td><td>(-5) - 2 · 10</td><td>- 15</td><td>- 25</td><td>- 70</td><td>25</td></tr></table>	6
2	x = **2**; y = **5**	2
3	a) Spannweite: **100 €** b) Malte sollte den Durchschnitt in seine Argumentation einbeziehen. Durchschnitt: **60 €** Zentralwert: **40 €** oder andere sinnvolle Argumentation	3
4	Rechnung 1 P. Bremen ist **204 km** (± 4 km) von Groningen entfernt.	2
5	α = **71°**	1
6	Tjards Behauptung ist **falsch**. 1 P. Rechnung oder Begründung über den veränderten Grundwert. 1 P.	2
7	Richtige Zeichnung, ggf. Abzüge für Ungenauigkeit, Toleranz ± 1mm, bzw. 1°	2
8	a = 2·A – b	2
9	a) Die Familie macht von **11.10** Uhr bis **11.40** Uhr eine längere Pause. b) Von **9.30** Uhr bis **10.00** Uhr laufen sie mit einer Geschwindigkeit von 6 Kilometern pro Stunde.	2
10	f(x) = 0,5 x h(x) = x² - 4	2
		24

Teil 2		Punkte
1. Lotto	**Gesamt**	**16**
a)	P ("13") = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{49}}$ (≈ 2,04 %)	2
b)	P (Ziffer 1) = P ("1")+P("10")+P("11")+...+P("19")+P("21")+P("31")+P("41") $= 14 \cdot \frac{1}{49} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}}$ (≈ 28,6 %)	5
c)	P ("3"-"4"-"5") $= \frac{1}{49} \cdot \frac{1}{48} \cdot \frac{1}{47} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{110\,544}} \approx$ **0,0009 %**	4
d)	P ("1" danach "2") $= \frac{1}{49} \cdot \frac{1}{48} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2352}} \approx$ **0,0425 %** Gegenereignis: 1 - P ("1" danach "2") $= \frac{\mathbf{2351}}{\mathbf{2352}} \approx$ **99,96 %**	5
2. Swimmingpool	**Gesamt**	**16**
a)	$a \cdot 0{,}9 + (2{,}5 - 0{,}9) \cdot (a - b) : 2 = 10{,}5 \cdot 0{,}9 + 1{,}6 \cdot 7 : 2 = \mathbf{15{,}05}$ Damit beträgt der Flächeninhalt des Poolquerschnitts 15,05 m^2.	4
b)	$c = \sqrt{(2{,}5 - 0{,}9)^2 + (a - b)^2} = \sqrt{2{,}56 + 49} \approx \mathbf{7{,}18}$ Die Länge c beträgt ca. 7,18 m.	3
c)	$\mathrm{V} = 15{,}05 \cdot 25 - 10{,}5 \cdot 25 \cdot 0{,}05 = \mathbf{363{,}125}$ Es passen ca. 363,125 m^3 = 363 125 l in den Pool.	3
d)	$Verbrauch\ pro\ Woche: 363 \cdot 80 : 10 = 2904; \quad 10000 : 2904 \approx \mathbf{3{,}4}$ Pro Woche werden 2904 ml benötigt. Damit würde ein 10-L-Kanister für 3 volle Wochen reichen. (Abweichungen der Ergebnisse, wenn die Wassermenge 373,5 m^3 genutzt wurde)	3
e)	1.Pumpe: Nach 12 Stunden ist die Hälfte gefüllt. Da nun zwei gleich starke Pumpen eingesetzt werden wird nur noch die Hälfte der Zeit, also **6 Stunden,** benötigt.	3
3. Gateway Arch (Erste Wahlaufgabe)	**Gesamt**	**16**
a)	Die Besucher stehen 613 ft hoch.	1
b)	$-0{,}009 \cdot 130^2 + 613 = 460{,}9$ Er sieht ihn in einer Höhe von 460,9 ft.	3
c)	x = 60 + 100 = 160 $-0{,}009 \cdot 160^2 + 613 = 382{,}6$ Das Flugzeug darf höchstens 382,6 ft über dem Boden fliegen.	4

d)	$-0{,}009x^2 + 613 = 100$ Umwandlung ergibt $x_1 \approx 238{,}75$ $x_2 \approx -238{,}75$ Das Seil ist ca. 477,5 ft lang.	**3**
e)	$-\frac{2}{315}x^2 + 630 = 0$ Umwandlung ergibt $x_1 = \underline{315}$ $x_2 = -315$ $-0{,}009x^2 + 613 = 0$ Umwandlung ergibt $x_1 \approx \underline{260{,}98}$ $x_2 \approx -260{,}98$ 315 – 260,98 = 54,02 Der Arch ist unten rechts ca. 54 ft breit.	**5**
3. Keime in Milch (Zweite Wahlaufgabe)	**Gesamt**	**16**
a)	Hof A: $15000 \cdot 1{,}016^3 \approx 15732$ Keime Hof B: $4000 \cdot 1{,}28^3 \approx 8389$ Keime	**4**
b)	Es muss ausschließlich das rechte Bild angekreuzt werden.	**1**
c)	Nach ca. 22,4 Stunden ist die Milch von Hof B schlecht. Verfahren des dokumentierten Probierens bzw. „Weiterrechnens“ sind zugelassen. Oder: $4000 \cdot 1{,}28^x = 1\,000\,000 \Leftrightarrow x \cdot \log(1{,}28) = \log(250) \Leftrightarrow x \approx 22{,}4$ Oder: $\log_{1,28}(250) \approx 22{,}4$	**4**
d)	$825 = a \cdot 1{,}016^6$ Durch Auflösen der Gleichung ergibt a ≈ 750. Am Anfang waren 750 Keime pro ml enthalten.	**3**
e)	$40000 \cdot x^7 = 70350$ $x^7 = 1{,}75875$ $x \approx 1{,}084$ Die Keime vermehren sich pro Stunde um 8,4 %.	**4**
	Teil 2 Gesamt	**48**
	Gesamt	**72**