

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2019

Mathematik (A)

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: _____

Klasse: _____

Datum: 24.05.2019

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**

Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**

Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschlüsse oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1: Münzen

In einem Sack befinden sich folgende Münzen:

	1-Cent-Münze	2-Cent-Münze	5-Cent-Münze	10-Cent-Münze	20-Cent-Münze	50-Cent-Münze
Anzahl	4	2	10	3	3	8

Jede Münze wird mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gezogen.

- a) Es wird eine Münze zufällig gezogen

Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keine 50-Cent-Münze gezogen wurde.

/3 Punkte

Die gezogene Münze wird wieder zurückgelegt.

- b) Es wird wieder eine Münze zufällig gezogen.

Formuliere ein Ereignis, das mit der Wahrscheinlichkeit von 20% eintritt.

/4 Punkte

Die gezogene Münze wird wieder zurückgelegt.

Jetzt werden **drei** Münzen ohne Zurücklegen zufällig nacheinander gezogen.

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass alle drei gezogenen Münzen 50-Cent-Münzen sind.

/6 Punkte

In einem anderen Sack sind bereits 18 Münzen. Sie verteilen sich folgendermaßen:

	1-Cent-Münze	2-Cent-Münze	5-Cent-Münze	10-Cent-Münze	20-Cent-Münze	50-Cent-Münze
Anzahl	6	2	4	2		4

- d) Wie viele 20-Cent-Münzen müssen hinzugefügt werden, damit die Wahrscheinlichkeit eine davon zu ziehen 10 % beträgt?

Ergänze die fehlende Angabe in der Tabelle und zeige, dass deine Lösung stimmt.

/3 Punkte

Aufgabe 2: Hängebrücke

Bild von Free-Photos auf Pixabay

Eine Hängebrücke hat von Pfeiler zu Pfeiler eine horizontale Länge von 1200 m. Der Verlauf des Tragseils zwischen den Pfeilern kann annähernd durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 0,0004 x^2 + 4$ dargestellt werden (siehe Abb. 2).

Dabei gibt $f(x)$ die Höhe des Tragseils über der Straße an der Stelle x an.

x und $f(x)$ sind in Metern angegeben.

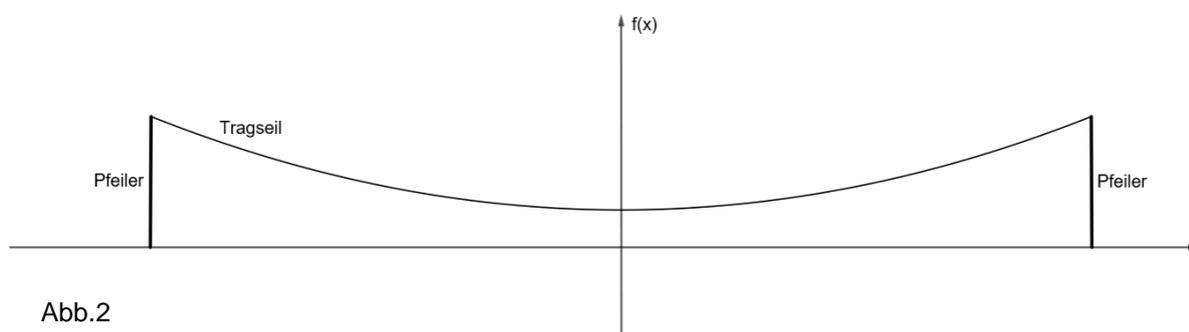


Abb.2

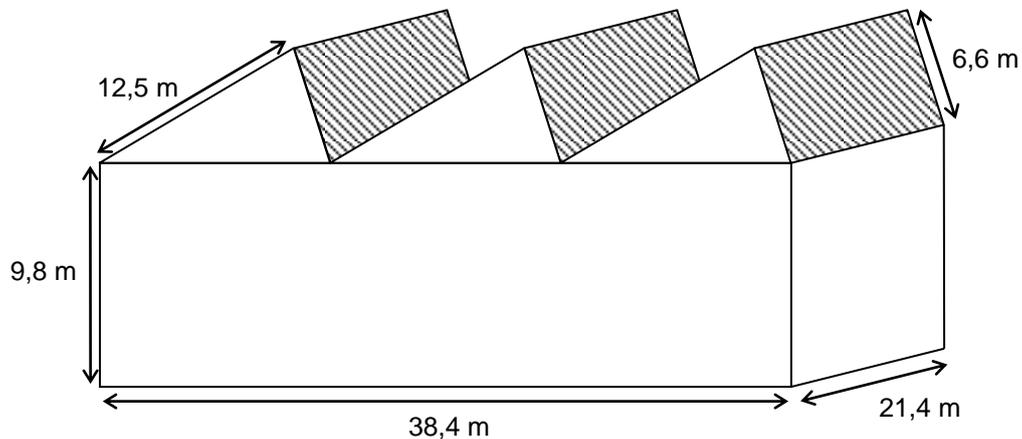
- a) Berechne die Höhe des Tragseils über der Straße in der Mitte der Brücke. /2 Punkte
- b) Berechne die Höhe der Tragseile über der Straße an den Pfeilern. /3 Punkte
- c) Ein Vogel setzt sich 400 m vom linken Pfeiler entfernt auf das Tragseil. Berechne, in welcher Höhe dort das Seil über der Straße hängt. /3 Punkte
- d) Ein anderer Vogel setzt sich auf das Tragseil. Das Seil befindet sich dort 10,25 m über der Straße. Berechne die Stellen, an denen der Vogel sitzen könnte. /4 Punkte
- e) Gegeben sind folgende Funktionsgleichungen:
 $g(x) = 0,0004 (x + 100)^2$ und $h(x) = 0,0004 (x^2 + 10000)$.

Zeige, dass eine der Funktionsgleichungen mit $f(x)$ identisch ist.

/4 Punkte

Aufgabe 3 (Erste Wahlaufgabe): Scheddach

Scheddächer (oder Sägezahndächer) werden häufig für große Produktionshallen eingesetzt, bei denen direkter Lichteinfall unerwünscht ist. Für die Kalkulation der Kosten sollen im Folgenden verschiedene Flächen und Größen berechnet werden.



- a) Der steilere Teil des Daches wird lichtdurchlässig konstruiert. Dieser Teil ist in der Skizze schraffiert. Berechne den Oberflächeninhalt der gesamten schraffierten Dachfläche.

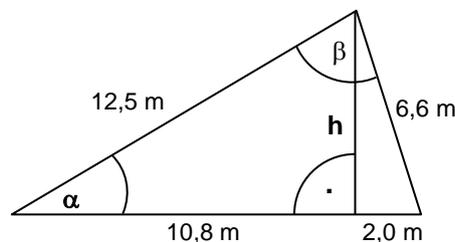
/3 Punkte

- b) Der Oberflächeninhalt der restlichen Dachfläche wird mit Dachziegeln bedeckt. Ihr Oberflächeninhalt beträgt $802,5 \text{ m}^2$. Ein einzelner Dachziegel hat eine Masse von $2,8 \text{ kg}$ und bedeckt eine Dachfläche von $0,12 \text{ m}^2$. Berechne die Anzahl der benötigten Dachziegel und deren gesamte Masse.

/4 Punkte

In der Skizze ist die Seitenfläche eines Teildachs zu sehen.

Die Skizze ist nicht maßstäblich. Winkel können nicht durch Messung ermittelt werden.



- c) Berechne die Höhe h des Teildachs.
- d) Berechne den Neigungswinkel α des Teildachs.

/5 Punkte

/4 Punkte

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2019

Mathematik (A)

Hinweise und Lösungen

(nicht Bestandteil der Prüfungsunterlagen für Schülerinnen und Schüler)

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es zwei Wahlaufgaben („Scheddach“ und „Panflöte“), von denen eine vorher ausgewählt werden muss. Dies geschieht für alle Schülerinnen und Schüler einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrerin oder durch den Fachlehrer.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Für den Teil 1 sind 30 Minuten vorgesehen. Es werden Bleistift, Geodreieck und Zirkel benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der Teil 2 umfasst eine Bearbeitungszeit von maximal 60 Minuten. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schülerinnen und Schüler müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet.

Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.

Ungenauere Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

Teil 1							
1	a)	$\frac{2}{15} + \frac{3}{4} =$	$\frac{53}{60}$	$\frac{5}{19}$	$\frac{17}{19}$	$\frac{43}{60}$	6
	b)	$0,05 \cdot 0,02 =$	0,07	0,1	0,001	0,0001	
	c)	$2,6 \cdot 10^5 =$	260 000	26 000	2 600 000	0,26	
	d)	Der Zentralwert (Median) von 16; 12; 18; 20; 13; 12 ist	12	14,5	18	19	
	e)	9,36% von 2500 € sind	134 €	234 €	264 €	312 €	
	f)	Der Preis sinkt von 80 € auf 50 €, also <u>um</u>	30%	37,5%	50%	62,5%	
2	$\frac{1}{5} < \frac{3}{7} < \frac{24}{49} < \frac{5}{9}$ (Bei einer Verwechslung 1 P., bei mehr Fehlern 0 P.)					2	
3	Schätzung des Durchmessers z.B. durch Vergleich mit Längen der Fahrzeuge: ca. 50 m (± 10 m) (1 P.) Umfang ca. 150 – 160 m (bei grob falschem Durchmesser ist der folgerichtige Umfang ebenfalls als richtig zu werten) (1 P.)					2	
4	a) 23 (1 P.) b) 25 (bzw. wenn a) falsch auch folgerichtiges Ergebnis möglich) (1 P.)					2	
5	= F2 + F3 + F4 + F5 oder = SUMME(F2:F5) = D4*(1-E4) oder jeweils andere richtige Formeln					2	
6	12 · 7,95 + 1540 · 0,2595 - 41 (Bei einem Fehler 1 P., bei mehr Fehlern 0 P.)					2	
7	a) 2200 € b) Der Durchschnittslohn erhöht sich um 100 € .					2	
8	Richtige Zeichnung (die Seitenlängen \overline{BC} und \overline{AD} müssen jeweils ca. 3,3 cm lang sein), ggf. Abzüge für Ungenauigkeit					2	
9	Es werden 30 Behälter benötigt.					2	
10	$x_1 = 3$ und $x_2 = -1$					2	
						24	

Teil 2		Punkte
1. Münzen		Gesamt 16
	Lösungen dürfen in Prozent oder als Bruch oder als Dezimalzahl angegeben werden.	
a)	$P(\text{"keine 50-Cent"}) = \frac{22}{30} \quad (\approx 73,3 \%)$	3
b)	z.B.: „1-Cent-Münze oder 2-Cent-Münze“ oder : „10-Cent-Münze oder 20-Cent Münze“ oder andere richtige Formulierungen mit „weniger als“ usw.	4
c)	$P(\text{„alle drei 50-Cent-Münzen“}) = \frac{8}{30} \cdot \frac{7}{29} \cdot \frac{6}{28} = \frac{336}{24360} \approx 1,38 \%$	6
d)	Es sind 18 Münzen. Fehlende 20-Cent-Münzen: 2 Stück . Begründung z.B.: Jetzt sind es 20 Münzen, also $\frac{2}{20} = 10\%$	3
2. Hängebrücke		Gesamt 16
a)	$f(0) = 4$ Die Höhe des Tragseils beträgt 4 m .	2
b)	$f(600) = f(-600) = 0,0004 \cdot 600^2 + 4 = 148$ Die Höhe des Tragseils beträgt an den Pfeilern 148 m .	3
c)	$f(-200) = 0,0004 \cdot (-200)^2 + 4 = 20$ Das Tragseil hängt dort 20 m über der Straße.	3
d)	$10,25 = 0,0004 \cdot x^2 + 4$; $x_1 = 125$; $x_2 = -125$ Der Vogel könnte an der Stelle $x_1 = 125$; oder $x_2 = -125$, (und somit jeweils 125 m von der Mitte der Brücke entfernt) sitzen.	4
e)	Begründungsbeispiel: $g(x)$ hat ausmultipliziert die Form $a x^2 + b x + c$ und ist damit ungleich $f(x)$, da hier $b \neq 0$. $h(x) = 0,0004 \cdot x^2 + 0,0004 \cdot 10000 = 0,0004 \cdot x^2 + 4 = f(x)$.	4
3. (Erste Wahlaufgabe): Scheddach		Gesamt 16
a)	$6,6 \cdot 21,4 \cdot 3 = 423,72$ $A = 423,72 \text{ m}^2$	3
b)	$802,5 : 0,12 = 6687,5$ Es werden also mindestens 6688 Dachziegel benötigt. $6688 \cdot 2,8 = 18726,4$ Die gesamte Masse beträgt also ca. 18,7 t .	4

c)	$12,5^2 = h^2 + 10,8^2$ $h^2 = 12,5^2 - 10,8^2$ $h \approx \mathbf{6,29\ m}$ Alternative Ansätze sind zulässig.	5																					
d)	$\cos \alpha = 10,8 : 12,5$ $\alpha \approx \mathbf{30,2^\circ}$ Alternative Ansätze (z.B. mit dem Sinus) sind zulässig.	4																					
3. (Zweite Wahlaufgabe): Panflöte		Gesamt 16																					
a)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr style="background-color: #e0e0e0;"> <td style="padding: 5px;">Anzahl der Tonschritte ausgehend von c</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> </tr> <tr style="background-color: #e0e0e0;"> <td style="padding: 5px;">Ton</td> <td style="padding: 5px;">c</td> <td style="padding: 5px;">cis</td> <td style="padding: 5px;">d</td> <td style="padding: 5px;">dis</td> <td style="padding: 5px;">e</td> <td style="padding: 5px;">f</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Rohrlänge in cm</td> <td style="padding: 5px;">21</td> <td style="padding: 5px;">19,8</td> <td style="padding: 5px;">18,7</td> <td style="padding: 5px;">17,7</td> <td style="padding: 5px;">16,7</td> <td style="padding: 5px;">15,7/ 15,8</td> </tr> </table>	Anzahl der Tonschritte ausgehend von c	0	1	2	3	4	5	Ton	c	cis	d	dis	e	f	Rohrlänge in cm	21	19,8	18,7	17,7	16,7	15,7/ 15,8	3
Anzahl der Tonschritte ausgehend von c	0	1	2	3	4	5																	
Ton	c	cis	d	dis	e	f																	
Rohrlänge in cm	21	19,8	18,7	17,7	16,7	15,7/ 15,8																	
b)	$f(x) = 21 \cdot 0,9439^x$ (2 P.) Beispiel-Begründung: $f(x) = c \cdot a^x$ beschreibt die Funktionsgleichung einer exponentiellen Funktion. Dabei stellt c den Ausgangswert 21 cm dar. Der Wachstumsfaktor a ergibt sich aus $1 - 0,0561 = 0,9439$. (2 P.)	4																					
c)	$f(-5) \approx \mathbf{28\ cm}$ oder g sei die Länge des Rohres G $g \cdot 0,9439^5 = 21 \Leftrightarrow g = 21 : 0,9439^5 \Leftrightarrow \mathbf{g \approx 28\ cm}$ Probierende Verfahren sind erlaubt!	4																					
d)	$10,5 = 21 \cdot 0,9439^x \Leftrightarrow 0,5 = 0,9439^x \Leftrightarrow \mathbf{x \approx 12}$ Die Länge der Rohre halbiert sich nach 12 Tonschritten. Probierende Verfahren sind erlaubt.	5																					
Teil 2 Gesamt		48																					
Gesamt		72																					