Die Senatorin für
Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes Anforderungsniveau

2020

Mathematik (A)

<u>Zusammenstellung für das Transparenzportal Bremen</u>

Dieses Dokument enthält…

- Teil 2: Aufgabe 1 bis 3
- Lehrer:innenhinweise und Lösungen

Teil 2

Taschenrechner und Formelsammlung dürfen benutzt werden.

Name: ______________________________________

Klasse: ______________________________________

Datum: 12.06.2020

Allgemeine Arbeitshinweise

Die schriftliche Abschlussprüfung in Mathematik besteht aus zwei Teilen:

Teil 1 – Kürzere Aufgaben Grundwissen

Bearbeitungsdauer **30 Minuten**
Du darfst **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** verwenden.

Bearbeite die Aufgaben auf den **Aufgabenblättern**. Zum Eintragen der Lösungen und Rechnungen ist jeweils entsprechend Platz gelassen.

Teil 2 – Umfangreichere Aufgaben

Bearbeitungsdauer **60 Minuten**
Taschenrechner und die in der Klasse verwendete **Formelsammlung sind erlaubt**.

Bei der Bearbeitung ist Folgendes zu beachten:

- Schreibe deine **Lösungswege übersichtlich** auf. Wenn du eine Lösung durch Probieren findest, musst du deine Überlegungen dazu aufschreiben.
- Hebe die **Ergebnisse hervor** (z.B. durch Unterstreichen oder in einem Antwortsatz oder als neue Zeile am Schluss der Berechnungen).
- Auf jedem Blatt muss dein **Name** stehen.
- Alle Seiten mit deinen Rechnungen müssen **fortlaufend nummeriert** werden.
- Am Schluss musst du alle verwendeten Blätter abgeben (auch die mit Nebenrechnungen).
- Halte dich zu Beginn nicht zu lange mit Aufgaben auf, für die du keine Lösungsidee hast. Bearbeite zuerst alle Aufgaben, die du gut lösen kannst. Erst danach versuche es noch mal bei den Aufgaben, für die du mehr Zeit brauchst. Sonst besteht die Gefahr, dass du nicht fertig wirst und unnötig Punkte verlierst.
- Bei einigen Aufgaben muss nicht ausführlich gerechnet werden, sondern es reichen Überschläge oder Begründungen ohne Rechnungen. Achte beim Lesen der Aufgaben darauf.
- Ergebnisse müssen **sinnvoll** gerundet werden.

Aufgabe 1: Stifte ziehen

Herr Müller hat in seiner Federtasche vier blaue, drei rote Stifte und einen grünen Stift.

Er greift ohne zu schauen in die Federtasche, nimmt zwei Stifte heraus und legt sie nicht zurück.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei blaue Stifte gezogen hat.

/3 Punkte

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei gleichfarbige Stifte gezogen hat.

/4 Punkte

c) Notiere zunächst alle möglichen Ergebnisse für das Ereignis: „Es wird mindestens ein roter Stift gezogen“.
Berechne dann die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

/5 Punkte

Nun entnimmt Herr Müller nacheinander alle Stifte und legt sie nicht zurück.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der zuletzt gezogene Stift grün ist.
Begründe deine Antwort.

/4 Punkte

Aufgabe 2: Quadratische Funktionen

Gegeben ist eine quadratische Funktion g mit der Gleichung

$$\mathbf{g(x) = -0{,}4x^2 + 2{,}64x + 1{,}42}$$

a) Bestimme die Nullstellen von g.

/3 Punkte

b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von **g** mit dem Graphen der Funktion

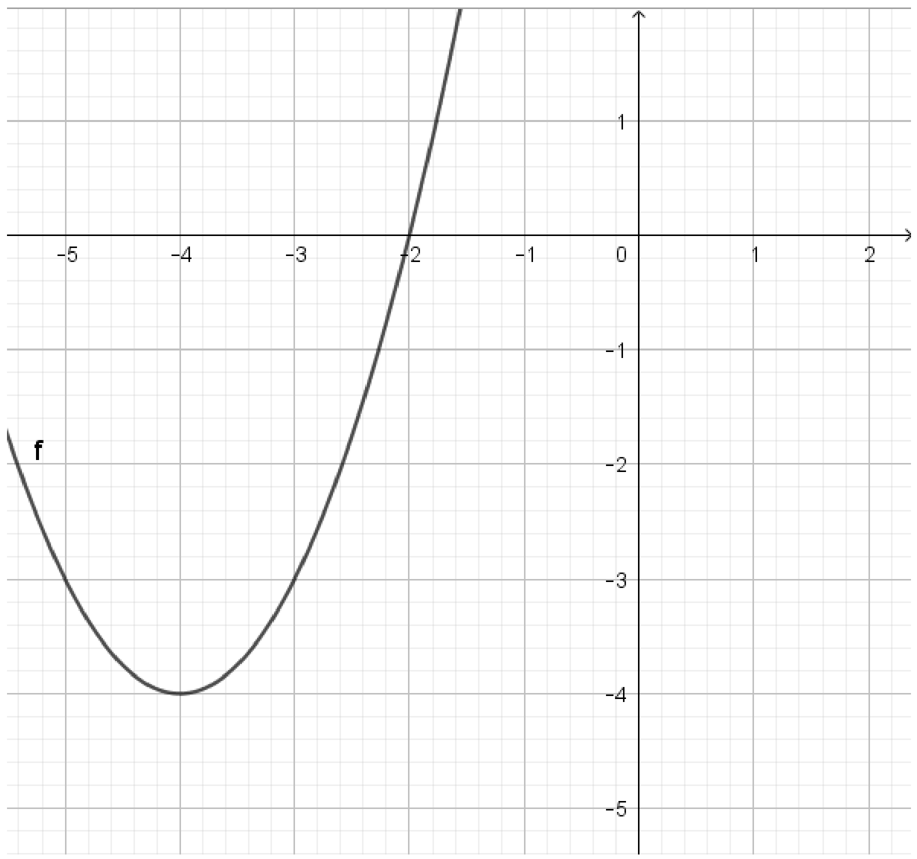
$\mathbf{h(x) = -0{,}96x + 7{,}02}$.

/5 Punkte

c) Berechne die Koordinaten des Scheitelpunktes S des Graphen von g.

/4 Punkte

Nun wird eine <u>andere</u> Funktion **f** untersucht. Gegeben ist nur der Graph von f:



d) Bestimme den Scheitelpunkt, die Nullstellen und eine Funktionsgleichung für f.

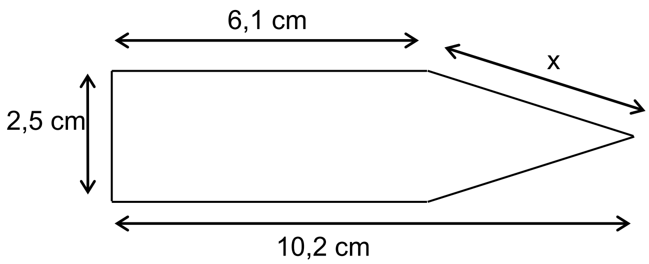
/4 Punkte

Aufgabe 3 (Erste Wahlaufgabe): Hammer

Hämmer haben verschiedene Köpfe.

Der Kopf eines Schlosserhammers ist aus Stahl
(siehe Abbildung rechts).

Die Seitenfläche des Kopfes hat folgende Maße:



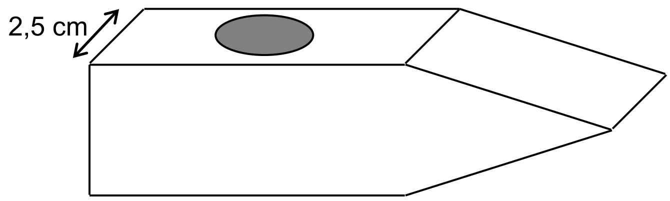
a) Die Seitenfläche hat einen Flächeninhalt von ca. 20,4 cm².
Weise dies durch eine Rechnung nach.

/3 Punkte

b) Berechne die Länge x (siehe Skizze oben).

/4 Punkte

c) Für den Stiel wurde ein kreisrundes Loch ganz durch den Kopf dieses Hammers gebohrt.



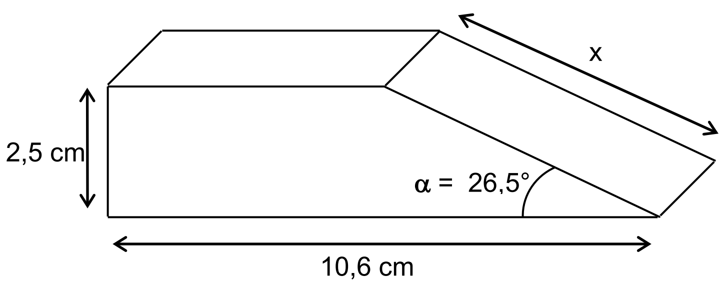
Das Loch hat einen Durchmesser von 1,6 cm.
Stahl hat eine Dichte von 7,85 g pro cm³.
Berechne das Volumen und die Masse (in Gramm) des Hammerkopfes.

/5 Punkte

Der Kopf eines Tischlerhammers ist unten durchgängig flach.

d) In der Skizze unten siehst du die Maße eines Tischlerhammers.
Berechne die Länge x.

/4 Punkte



Aufgabe 3 (Zweite Wahlaufgabe): Arzneistoffe im Körper

Medizinische Wirkstoffe werden nach ihrer Einnahme im Körper abgebaut. Dabei nimmt die Menge des Wirkstoffes exponentiell ab.

25 mg eines Wirkstoffes werden eingenommen.
Pro Stunde nimmt die Menge im Körper um **8%** ab.

a) Berechne die Menge im Körper nach 5 Stunden.

/3 Punkte

b) Untersuche, ab wann die Menge im Körper weniger als 5 mg beträgt.

/4 Punkte

c) Der Prozess kann durch eine Funktionsgleichung beschrieben werden.
Kreuze die korrekte Funktionsgleichung an und begründe deine Wahl.

☐	$f(x) = 25 - 0{,}08 \cdot x$	☐	$f(x) = 25 \cdot 0{,}92^x$
☐	$f(x) = 25 \cdot 0{,}08^x$	☐	$f(x) = 25 - 0{,}08^x$

/4 Punkte

Die Halbwertszeit T_H gibt allgemein an, wann sich die Menge halbiert hat.
Die Halbwertszeit für den oben beschriebenen Prozess beträgt $T_H = 8{,}31$ Stunden.

d) Berechne, nach wie vielen Halbwertszeiten die Konzentration nur noch 10% des Anfangswertes beträgt.

/5 Punkte

Die Senatorin für
Kinder und Bildung

Freie
Hansestadt
Bremen

Zentrale Abschlussprüfung Sekundarstufe I

Erweitertes
Anforderungsniveau

2020

Mathematik (A)

Lehrerhinweise und Lösungen

1. Wahlaufgaben / Zeiten / Hilfsmittel

a) Wahlaufgaben

In Teil 2 gibt es zwei Wahlaufgaben, eine aus dem Bereich Geometrie („Hammer“) und eine aus dem Bereich exponentielle funktionale Zusammenhänge („Arzneistoffe im Körper“). Von diesen muss eine vorher ausgewählt werden. Dies geschieht für alle Schülerinnen und Schüler einer Klasse einheitlich durch die Fachlehrerin oder durch den Fachlehrer.

b) Bearbeitungszeiten und Hilfsmittel

Für den Teil 1 sind 30 Minuten vorgesehen. Es werden Geodreieck und Bleistift benötigt. Taschenrechner und Formelsammlung sind nicht zugelassen.

Der Teil 2 umfasst eine Bearbeitungszeit von maximal 60 Minuten. Taschenrechner sind zugelassen. Es darf die in der Klasse verwendete Formelsammlung (auch eine selbst erstellte) benutzt werden.

Zwischen dem Teil 1 und dem Teil 2 soll eine Pause liegen.

Der **Teil 1** wird auf den **Aufgabenblättern** bearbeitet. Für zusätzliche Rechnungen ist dort entsprechender Platz vorgesehen.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten für den **Teil 2** kariertes Papier von der Schule.

Die Schülerinnen und Schüler müssen **alle** verwendeten Blätter (Aufgabenblätter, Arbeitsblätter sowie alle Blätter mit Nebenrechnungen) mit Namen versehen und zusammen mit ihrer Arbeit abgeben.

2. Punktbewertung

Alternative Lösungswege, sofern sie mathematisch korrekt sind, werden entsprechend bewertet.
Weichen Ergebnisse durch anderes Runden geringfügig von den Musterlösungen ab, so können sie wie die Musterlösungen gewertet werden.
Ungenaue Ergebnisse, die durch probierende Verfahren erzielt wurden, sowie teilweise korrekte Lösungen sind anteilig zu bewerten. Es werden **nur ganze Punkte** gegeben!

Notenschlüssel

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	72 - 61	60 - 51	50 - 40	39 - 29	28 - 14	13 - 0

3. Auswertungsübersicht und Rückmeldebogen

Auf Wunsch einiger Schulen haben wir an das Ende dieser Lehrerhinweise einen Auswertungsbogen angehängt, in den zur Vorbereitung auf die internetgestützte Dateneingabe alle Schülerergebnisse eingetragen werden können. Sie können diesen Auswertungsbogen auch über das ZAP-Internetportal unter dem Menüpunkt „Materialien“ herunterladen oder ausdrucken.

Zusätzlich finden Sie am Ende dieser Lehrerhinweise auch einen Rückmeldebogen, über den Sie uns Ihre Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge mitteilen können.

<table>
<tr><th colspan="2">Teil 1</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>1</td><td>
<table>
<tr><td>a)</td><td>0,222 · 555 =</td><td>1,2321</td><td>12,321</td><td>123,21</td><td>1232,1</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Diese beiden Zahlen sind Primzahlen:</td><td>53 und 59</td><td>51 und 57</td><td>55 und 59</td><td>51 und 59</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\frac{1}{4}$ m² sind</td><td>2500 cm²</td><td>250 cm²</td><td>250 mm²</td><td>250 dm²</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2}$ =</td><td>x</td><td>$2x$</td><td>x^2</td><td>$2x^4$</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Anfangstemperatur: 12,4°C.
Es kühlt um 15,5°C ab auf</td><td>-2,9 °C</td><td>-3,1 °C</td><td>-3,5 °C</td><td>-3,9 °C</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Ein Würfel hat</td><td>6 Flächen
8 Ecken
10 Kanten</td><td>4 Flächen
8 Ecken
12 Kanten</td><td>6 Flächen
8 Ecken
12 Kanten</td><td>6 Flächen
6 Ecken
12 Kanten</td></tr>
</table>
</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>159,4 kg < 1,594 t 7,36 m³ > 736 Liter 5,2 dm < 5200 mm</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$x_1 = 2$ oder $x_2 = -4$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Nein, er hat nicht Recht: Gegenbeispiel: zwei 30°-Winkel sind zusammen 60°, also spitz.
Auch andere Begründungen sind zulässig.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5</td><td>6 · 60 = 360 360 : 40 = 9 Antwort: 9 Monate</td><td>2</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Zentralwert = 5
Spannweite = 7
25 : 5 = 5, also muss du mehr als 5 Punkte erreichen.</td><td>1
1
2</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Zeichnung Rechteck mit Seitenlängen 4 cm und 6 cm</td><td>2</td></tr>
<tr><td>8</td><td>= 2*A2+2*B2
= E2/10000 oder jeweils andere richtige Formeln</td><td>2</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Die Steigung beträgt – 0,5.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Teil 1 Gesamt</td><td>24</td></tr>
</table>

Teil 2		**Punkte**
1. Stifte ziehen	**Gesamt**	**16**
a)	P(zwei blaue Stifte) = $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \mathbf{\frac{3}{14}}$ (≈ **21,4 %)**	**3**
b)	P(zwei rote Stifte) = $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \mathbf{\frac{6}{56}}$ (≈ **10,7 %)** P(zwei gleichfarbige Stifte) = $\frac{12}{56} + \frac{6}{56} = \mathbf{\frac{18}{56}}$ **(≈ 32,1 %)**	**4**
c)	Es gibt fünf mögliche Ergebnisse: (blau, rot); (rot, blau); (grün, rot); (rot; grün); (rot, rot) (2 P.) P(blau, rot) = $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \mathbf{\frac{12}{56}} = \mathbf{\frac{3}{14}}$ (P(rot; blau) = $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{7} = \mathbf{\frac{12}{56}} = \mathbf{\frac{3}{14}}$) P(grün; rot) = $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \mathbf{\frac{3}{56}} = \mathbf{\frac{1}{14}}$ (P(rot; grün) = $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{7} = \mathbf{\frac{3}{56}} = \frac{1}{14}$) P(rot; rot) = $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \mathbf{\frac{6}{56}} = \mathbf{\frac{1}{14}}$ P(mindestens einmal rot) = $\frac{3}{56} \cdot 2 + \frac{12}{56} \cdot 2 + \frac{6}{56} = \mathbf{\frac{36}{56}}$ **(≈ 64,3 %)** Oder über Gegenereignis: Ergebnisse, die nicht eintreten dürften: (blau, blau), (grün, blau), (blau, grün) P(grün; blau) = $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7} = \mathbf{\frac{4}{56}} = \mathbf{\frac{1}{14}}$ P(blau; grün) = $\frac{4}{8} \cdot \frac{1}{7} = \mathbf{\frac{4}{56}} = \mathbf{\frac{1}{14}}$ P(zwei blaue Stifte) = $\mathbf{\frac{3}{14}}$ P(mindestens ein roter Stift) = 1 - $(\frac{1}{14} \cdot 2 + \mathbf{\frac{3}{14}}) = \mathbf{\frac{9}{14}}$ **(≈ 64,3 %)** Oder alternativer Rechenweg.	**5**
d)	P(grünen Stift als letzten ziehen) = $\frac{\cancel{7}}{\mathbf{8}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\cancel{2}} = \frac{1}{8}$ =12,5% Es gibt acht mögliche „Positionen“ für den grünen Stift (als erster Stift gezogen, als zweiter, …). Dementsprechend ist die Wahrscheinlichkeit ein Achtel.	**4**

2. Quadratische Funktionen		**Gesamt 16**
a)	g (x) = 0 ⇔ x = **7,1** oder x = **– 0,5**	**3**
b)	g(x) = h(x) ⇔ $-0{,}4x^2 + 2{,}64x + 1{,}42 = -0{,}96x + 7{,}02$ ⇔ x = 7 oder x = 2 h(7) = 0,3 und h(2) = 5,1 Also schneiden sich h und g in den Punkten **A (7 / 0,3)** und **B (2 / 5,1).**	**5**
c)	Abstand der Nullstellen: 7,6 Davon die Hälfte: 3,8 Also liegt S an der Stelle: 7,1 - 3,8 = 3,3 g(3,3) ≈ 5,78 Also lauten die Koordinaten von **S (3,3 / 5,78)** Alternative Lösungswege sind zulässig.	**4**
d)	Scheitelpunkt: **S (- 4 / - 4)** Nullstellen: **x = - 6** und **x = - 2** Eine der folgenden Gleichungen: f(x) = $\mathbf{(x + 4)^2 - 4}$ f(x) = **(x + 6) · (x + 2)** f(x) = $\mathbf{x^2 + 8x + 12}$	**4**
3. (Erste Wahlaufgabe) Hammer		**Gesamt 16**
a)	Beispielsweise Zerlegung in Rechteck und Dreieck (andere Zerlegungen sind ebenfalls möglich): $6{,}1 \cdot 2{,}5 + \frac{2{,}5 \cdot 4{,}1}{2} = \mathbf{20{,}375}$ Die Seitenfläche hat einen Flächeninhalt von ca. 20,4 cm².	**3**
b)	Die Katheten haben Längen von 4,1 cm bzw. 1,25 cm. $x^2 = 4{,}1^2 + 1{,}25^2$ $x^2 = 18{,}3725$ x ≈ **4,29 cm**	**4**
c)	Volumen Hammerkopf: $V_1 = G \cdot h = 20{,}375 \cdot 2{,}5 \approx 50{,}94$ oder $20{,}4 \cdot 2{,}5 = 51$ Volumen Loch: $V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 0{,}8^2 \cdot 2{,}5 \approx 5{,}03$ $V = V_1 - V_2 \approx$ **45,9** Das Volumen beträgt ungefähr **45,9 cm³**. 45,9 · 7,85 ≈ **360** Die Masse beträgt ungefähr **360 g**.	**5**
d)	sin 26,5° = 2,5 : x x = 2,5 : sin 26,5° x ≈ **5,6 cm** Alternative Ansätze (z.B. mit Tangens und danach Pythagoras) sind zulässig.	**4**

3. (Zweite Wahlaufgabe) Arzneistoffe im Körper		**Gesamt 16**
a)	$f(5) \approx$ **16,48** Also beträgt die Menge nach 5 Stunden ca. **16,48 mg**.	**3**
b)	$f(x) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 25 \cdot 0{,}92^x = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}92^x = 0{,}2 \quad \Leftrightarrow \quad x \approx 19{,}3$ Also beträgt die Konzentration nach ca. 19,3 Stunden weniger als 5 mg. Alternative Lösungswege sind zulässig.	**4**
c)	$f(x) = \mathbf{25 \cdot 0{,}92^x}$ Erklärung, die zum Beispiel den Aspekt beinhaltet, dass eine Abnahme um 8% bedeutet, dass 92% übrig bleiben.	**4**
d)	$f(x) = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad x \approx 27{,}62$ $27{,}62 : 8{,}31 \approx 3{,}32$ Also nach ungefähr **3,32 Halbwertszeiten**. Alternative Lösungswege sind zulässig. Zum Beispiel der Ansatz: $0{,}5^n = 0{,}1$	**5**
	Teil 2 Gesamt	**48**
	Gesamt	**72**